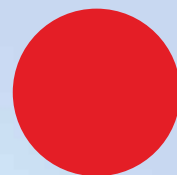




**J. Dris
Tasari**



MATEMATIKA



**Untuk SMP dan MTs
Kelas IX**

J. Dris • Tasari

MATEMATIKA

Untuk SMP dan MTs Kelas IX



PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Kementerian Pendidikan Nasional



 Untuk Sekolah Menengah Pertama dan Madrasah Tsanawiyah

MATEMATIKA

Jilid 3

SMP dan MTs Kelas IX

J. Dris
Tasari



PUSAT KURIKULUM DAN PERBUKUAN
Departemen Pendidikan Nasional

Hak cipta pada Kementerian Pendidikan Nasional.
Dilindungi Undang-Undang.

MATEMATIKA

Jilid 3 untuk SMP dan MTs Kelas IX

J. Dris; Tasari

1. Matematika	I. Judul
II. Dris, J.	IV. Arfantony
III. Tasari	

Dris J

Matematika/penulis, J. Dris, Tasari ; editor, Arfantony ; ilustrator, Yudi W. -
Jakarta Pusat Kurikulum dan Perbukuan, Kementerian Pendidikan Nasional, 2011.
3 jil. : ilus. ; foto ; 25 cm.

untuk SMP dan MTs kelas IX

Termasuk bibliografi

Indeks

ISBN 978-979-095-661-2 (no.jil.lengkap)

ISBN 978-979-095-667-4 (jil.3.3)

1. Matematika— Studi dan Pengajaran I. Judul

II. Tasari III. Arfantony IV. Yudi W

510.07

Hak cipta buku ini dialihkan kepada Kementerian Pendidikan Nasional
dari penulis J. Dris, Tasari

Diterbitkan oleh Pusat Kurikulum dan Perbukuan
Kementerian Pendidikan Nasional Tahun 2011

Buku ini bebas digandakan sejak November 2010 s.d. November 2025

diperbanyak oleh .:

Kata Sambutan

Puji syukur kami panjatkan ke hadirat Allah SWT, berkat rahmat dan karunia-Nya, Pemerintah, dalam hal ini, Kementerian Pendidikan Nasional, sejak tahun 2007, telah membeli hak cipta buku teks pelajaran ini dari penulis/penerbit untuk disebarluaskan kepada masyarakat melalui situs internet (*website*) Jaringan Pendidikan Nasional.

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 9 Tahun 2009 tanggal 12 Februari 2009.

Kami menyampaikan penghargaan yang setinggi-tingginya kepada para penulis/penerbit yang telah berkenan mengalihkan hak cipta karyanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional untuk digunakan secara luas oleh para siswa dan guru di seluruh Indonesia.

Buku-buku teks pelajaran yang telah dialihkan hak ciptanya kepada Kementerian Pendidikan Nasional ini, dapat diunduh (*download*), digandakan, dicetak, dialihmediakan, atau difotokopi oleh masyarakat. Namun, untuk penggandaan yang bersifat komersial harga penjualannya harus memenuhi ketentuan yang ditetapkan oleh Pemerintah. Diharapkan bahwa buku teks pelajaran ini akan lebih mudah diakses sehingga siswa dan guru di seluruh Indonesia maupun sekolah Indonesia yang berada di luar negeri dapat memanfaatkan sebagai sumber belajar ini.

Kami berharap, semua pihak dapat mendukung kebijakan ini. Kepada para siswa kami ucapkan selamat belajar dan manfaatkanlah buku ini sebaik-baiknya. Kami menyadari bahwa buku ini masih perlu ditingkatkan mutunya. Oleh karena itu, saran dan kritik sangat kami harapkan.

Jakarta, Juni 2011

Kepala Pusat Kurikulum dan Perbukuan

P rakata

Puji syukur penulis panjatkan kepada Tuhan Yang Maha Esa karena atas karunia-Nyalah penulis dapat menyelesaikan buku ini.

Buku Matematika untuk SMP dan MTs ini terdiri atas tiga jilid, yaitu jilid 1 untuk kelas VII, jilid 2 untuk kelas VIII, dan jilid 3 untuk kelas IX. Setiap pokok bahasan pada tiap bab dalam buku ini disusun berdasarkan **Standar Isi 2006**. Hal ini sesuai dengan Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 22 Tahun 2006 yang dikembangkan menjadi **Kurikulum Tingkat Satuan Pendidikan (KTSP)**. Buku ini disusun dengan menitikberatkan pada pemahaman konsep yang benar.

Materi dalam buku ini disajikan secara sistematis, mulai dari hal yang konkret ke yang abstrak dan dari yang sederhana ke yang kompleks. Soal-soal dalam buku ini pun disajikan dengan sangat variatif, baik jenisnya maupun tingkat kesulitannya. Dengan demikian, siswa diharapkan mampu menguasai konsep yang disajikan dengan baik, bukan sekadar menghafal konsep dan mengerjakan soal dengan cepat.

Buku ini juga menyajikan soal-soal kontekstual yang merupakan penerapan konsep matematika dalam kehidupan sehari-hari. Tujuannya adalah agar siswa lebih tertarik untuk mempelajari matematika karena sangat banyak manfaatnya dalam kehidupan sehari-hari.

Namun demikian, penulis menyadari bahwa masih banyak hal yang dapat dikembangkan dari buku ini. Untuk itu, saran positif dari para pembaca, terutama guru dan siswa sebagai pengguna buku ini, sangat penulis harapkan untuk perbaikan pada edisi mendatang.

Besar harapan penulis agar buku ini dapat menjadi buku pilihan bagi siswa dan guru dalam proses pembelajaran di sekolah.

Penulis

Petunjuk Penggunaan Buku

Dalam kehidupan sehari-hari, banyak sekali permasalahan yang dapat diselesaikan dengan menerapkan konsep matematika. Oleh karena itu, penting bagi kita untuk mempelajari konsep matematika.

Belajar matematika tidak terlepas dari memahami dan mengerti setiap konsep dalam matematika sehingga diperlukan suatu cara yang praktis, sistematis, dan efisien untuk menyampaikan konsep-konsep matematika. Untuk itu, buku ini disusun secara sistematis dengan tujuan agar lebih mudah dipahami oleh siswa. Buku ini juga menyajikan contoh-contoh yang aplikatif dari materi tiap bab dalam kehidupan. Hal ini bertujuan agar siswa mampu mengeksplorasi suatu persoalan (*problem solving*) dan mengajak siswa untuk mengembangkan kompetensi matematika melalui penalaran, pembuktian, melakukan komunikasi, serta memilih simbol atau lambang yang tepat untuk menyampaikan gagasan melalui bahasa matematika. Adapun komponen dari setiap bab pada buku ini adalah sebagai berikut.

Halaman Pembuka Bab

Halaman pembuka bab berisi judul bab dan tujuan pembelajaran agar siswa mengetahui dan lebih fokus dalam mempelajari materi-materi yang ada dalam bab tersebut. Selain itu, pada halaman ini juga disajikan pengantar awal bab yang menceritakan salah satu aplikasi dari materi yang akan dipelajari.

Uji Kompetensi Awal Bab

Uji kompetensi awal bab disajikan dengan tujuan untuk mengingatkan siswa pada materi sebelumnya. Ini merupakan prasyarat yang harus dimiliki oleh siswa. Soal-soal yang disajikan akan mengingatkan siswa tentang topik yang terdahulu sebagai pengantar untuk mempelajari materi yang akan dibahas.

Uraian Materi

Uraian materi disampaikan dengan bahasa lugas, mudah dipahami dan disertai dengan gambar-gambar untuk memperjelas materi yang sedang dijelaskan. Melalui gambar, diharapkan dapat membantu siswa dalam memahami materi yang sedang dijelaskan. Materi juga disajikan melalui pertanyaan-pertanyaan

ataupun kegiatan (tugas) yang bertujuan agar siswa memahami konsep materi yang diajarkan melalui proses mengamati, menyelidiki (mencari) dan menemukan sendiri konsep materi tersebut.

Contoh Soal

Pada bagian ini, siswa akan diajarkan dan dilatih untuk mahir menggunakan konsep yang telah didapat di dalam uraian materi. Melalui tahap ini, siswa juga dipacu untuk dapat menemukan suatu strategi atau trik untuk menyelesaikan soal-soal yang sulit.

Latihan dan Soal-Soal Kontekstual

Bagian ini berfungsi untuk mengetahui sejauh mana pemahaman siswa terhadap materi yang telah disajikan dan mengukur kemahiran siswa untuk dapat memecahkan suatu persoalan atau masalah dalam kehidupan.

Math Quiz

Kolom ini bertujuan untuk memperkaya pengetahuan siswa dan juga sebagai ajang diskusi.

Untuk Diingat

Kolom ini disajikan untuk menambah wawasan atau informasi tambahan yang berhubungan dengan materi yang sedang dibahas.

Kegiatan

Kolom ini disajikan dalam bentuk tugas mandiri atau berkelompok. Tugas-tugas yang diberikan bertujuan untuk memperkuat pemahaman siswa terhadap materi tiap bab.

Rangkuman

Rangkuman disajikan di setiap akhir bab berupa ringkasan materi pada bab yang bersangkutan. Hal ini untuk melatih siswa bagaimana cara menyarikan materi-materi penting pada bab yang bersangkutan.

Uji Kompetensi

Uji kompetensi berupa soal-soal yang bervariasi jenis dan tingkat kesulitannya yang disajikan di setiap akhir bab. Bagian ini disajikan dengan tujuan melatih siswa untuk mengingat kembali pemahaman konsep secara menyeluruh yang telah diajarkan dengan mengerjakan setiap soal-soal yang diberikan.

Daftar Isi

Kata Sambutan	iii
Prakata	iv
Petunjuk Penggunaan Buku	v
Daftar Isi	vi

Bab 1 Kesebangunan Bangun Datar

A. Kesebangunan Dua Bangun Datar	2
B. Dua Segitiga yang Kongruen atau Sama Sebangun	8
C. Segitiga-Segitiga Sebangun	18
D. Aplikasi Kesebangunan dalam Kehidupan	24
E. Foto atau Model Berskala	26
Uji Kompetensi Bab 1	29

Bab 2 Bangun Ruang Sisi Lengkung

A. Luas Selimut dan Volume Tabung, Kerucut, dan Bola	34
B. Besar Perubahan Volume	47
C. Aplikasi Bangun Ruang Sisi Lengkung dalam Kehidupan	52
Uji Kompetensi Bab 2	56

Bab 3 Statistika dan Peluang

A. Pengumpulan, Penyajian, dan Penafsiran Data	60
B. Ruang Sampel dan Titik Sampel Percobaan	75
C. Kejadian dan Peluang Kejadian	77
D. Aplikasi Statistika dalam kehidupan	83
Uji Kompetensi Bab 3	86
Latihan Ulangan Umum Semester 1	90

Bab 4 Pangkat Tak Sebenarnya

A. Pangkat Tak Sebenarnya Dinyatakan ke Bentuk Lain	96
B. Cara Menyelesaikan Operasi Pangkat Tak Sebenarnya	103
C. Aplikasi Pangkat Tak Sebenarnya dalam Kehidupan	109
Uji Kompetensi Bab 4	111

Bab 5 Barisan dan Deret

A. Pola Bilangan Sederhana	114
B. Deret Aritmetika dan Deret Geometri	119
c. Aplikasi Barisan dan Deret dalam Kehidupan	131
Uji Kompetensi Bab 5	134
Latihan Ulangan Umum Semester 2	136
Daftar Pustaka	139
Glosarium	140
Daftar Simbol dan Notasi	141
Kunci Jawaban	142
Indeks	145

BAB 1

Kesebangunan Bangun Datar



Sumber: www.sililas.net

Tujuan Pembelajaran

- Menemukan sifat-sifat bangun datar yang sebangun dan kongruen
- Menemukan sifat-sifat dua segitiga sebangun
- Menemukan sifat-sifat dua segitiga kongruen
- Menggunakan konsep kesebangunan dalam pemecahan masalah.

Masih ingatkah kalian tentang konsep perbandingan yang telah dipelajari di kelas VII? Konsep perbandingan ini harus kalian pahami terlebih dahulu sebelum mempelajari konsep kesebangunan bangun datar, karena pada pembahasan konsep kesebangunan akan berhubungan dengan perbandingan. Dalam kehidupan sehari-hari konsep kesebangunan banyak kegunaannya, misalnya untuk mengukur tinggi suatu menara atau pohon. Perhatikan gambar di atas.

Tahukah kalian nama bangunan pada gambar di atas? Tahukah kalian berapa tinggi bangunan itu? Dapatkah kalian jika ditugaskan untuk mengukur tinggi bangunan tersebut hanya dengan menggunakan tongkat dan penggaris? Sulit, bukan?

Kalian mungkin akan mengalami kesulitan. Namun, setelah kalian mempelajari konsep kesebangunan, kalian akan dapat melakukannya. Inilah salah satu kegunaan konsep kesebangunan dalam kehidupan sehari-hari.

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Dua buah persegi dengan masing-masing sisinya 14 cm dan 18 cm. Tentukan perbandingan keliling dan luas kedua persegi.
2. Dalam 4 menit, seorang pelari menempuh jarak 900 m. Tentukan jarak yang ditempuh pelari selama 1 menit.
3. Enam belas orang dapat menyelesaikan pekerjaan dalam 40 hari. Jika ada 20 orang sebelum pekerjaan dimulai, berapa hari pekerjaan ini selesai?
4. Di suatu asrama tersedia 90 kg beras yang cukup dikonsumsi 100 orang selama 4 hari. Jika asrama itu berkurang 20 orang, cukup berapa hari kah beras tersebut?

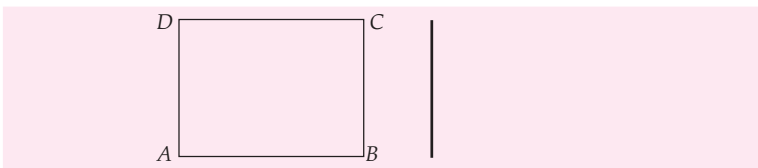


Kesebangunan Dua Bangun Datar

Masih ingatkah kalian mengenai perbandingan yang telah dipelajari di kelas VII? Kalian harus mengingat lagi materi tersebut karena pada permasalahan berikut berhubungan dengan materi tersebut. Untuk lebih jelas lagi, perhatikan pembahasan berikut.

1 Syarat Dua Bangun Datar yang Kongruen

Di sekolah dasar kalian telah mempelajari mengenai pencerminan. Coba sekarang kalian gambar sebuah persegi panjang $ABCD$ pada buku tulismu, kemudian cerminkan terhadap sebuah garis. Perhatikan Gambar 1.1.



Gambar 1.1 Pencerminan persegi panjang $ABCD$

Berilah nama persegi panjang hasil pencerminan itu, misal $PQRS$. Guntinglah persegi panjang $PQRS$ tersebut, kemudian impitkan dengan persegi panjang $ABCD$. Setelah itu, salin dan lengkapi tabel berikut pada bukumu.

Panjang Sisi	Sama	Tidak
Panjang AB dan PQ
Panjang BC dan QR
Panjang CD dan RS
Panjang DA dan SP

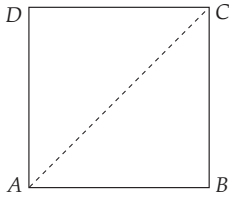
Besar Sudut	Sama	Tidak
$\angle A$ dan $\angle P$
$\angle B$ dan $\angle Q$
$\angle C$ dan $\angle R$
$\angle D$ dan $\angle S$

Jika isi dari tabel di atas semua *sama* maka persegi panjang tersebut mempunyai sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Bangun-bangun yang memiliki sifat demikian itu disebut bangun yang *sama dan sebangun* atau *kongruen*.

Berdasarkan uraian di atas, dapatkah kamu membuat kesimpulan syarat kekongruenan dua bangun datar?

Contoh SOAL

1.



$ABCD$ adalah persegi, AC merupakan garis bagi. Buktikan $\triangle ABC$ dan $\triangle ACD$ kongruen.

Penyelesaian:

Kita selidiki panjang sisi-sisi yang bersesuaian. Karena $ABCD$ persegi maka:

$$AB = CD \quad ; \quad BC = DA$$

$$AC = AC \text{ (berimpit)}$$

Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Kita selidiki besar sudut-sudut yang bersesuaian.

Karena AC adalah garis bagi sehingga AC membagi $\angle A$ dan $\angle C$ menjadi dua bagian yang sama besar maka:

$$\angle BAC = \angle DAC$$

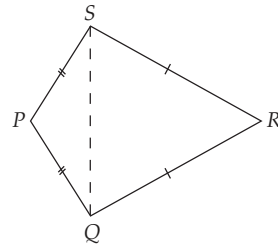
$$\angle BCA = \angle DCA$$

$$\angle B = \angle D \text{ (sudut siku-siku)}$$

Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Jadi, $\triangle ABC$ dan $\triangle ACD$ kongruen.

2.



$PQRS$ adalah layang-layang. Apakah $\triangle PQS$ dan $\triangle QRS$ kongruen?

Penyelesaian:

Kita selidiki panjang sisi-sisi yang bersesuaian $QS = QS$ (berimpit)

Akan tetapi, sisi-sisi yang bersesuaian lainnya

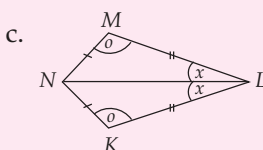
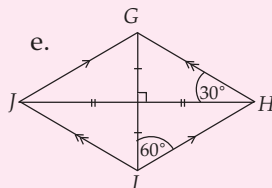
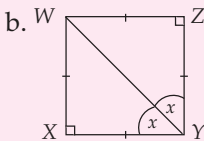
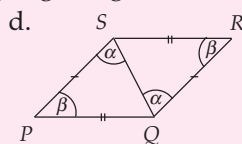
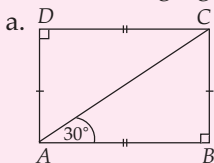
$$PS \neq RS \quad ; \quad PQ \neq QR$$

Hal ini berarti ada sisi-sisinya yang bersesuaian tidak sama panjang.

Jadi, $\triangle PQS$ tidak kongruen dengan $\triangle QRS$.

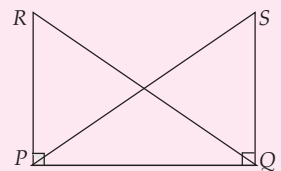
LATIHAN 1

1. Dari bangun-bangun pada a, b, c, d, dan e tuliskan segitiga yang kongruen?

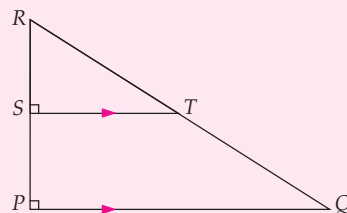


2. Perhatikan $\triangle PQR$ dan $\triangle QPS$ pada gambar di bawah ini.

Jika $PS = QR$, apakah kedua segitiga tersebut kongruen?

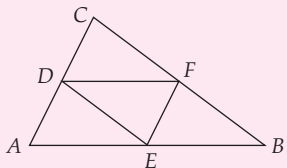


3. Perhatikan $\triangle PQR$ dan $\triangle RST$ pada gambar di bawah ini. Diketahui PQ sejajar ST .



- Apakah sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang?
- Apakah sudut-sudut yang bersesuaian sama besar?
- Apakah kedua segitiga tersebut kongruen?

4. Perhatikan gambar di bawah ini.

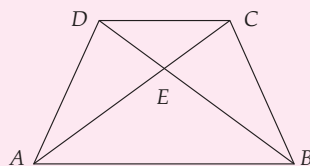


Titik D , E , dan F , masing-masing adalah titik tengah AC , AB , dan BC . Sebutkanlah:

- sudut-sudut yang sama besar dengan $\angle ABC$;

- sisi-sisi yang sama panjang dengan FB ;
- segitiga-segitiga yang kongruen.

5. Perhatikan gambar di bawah ini.

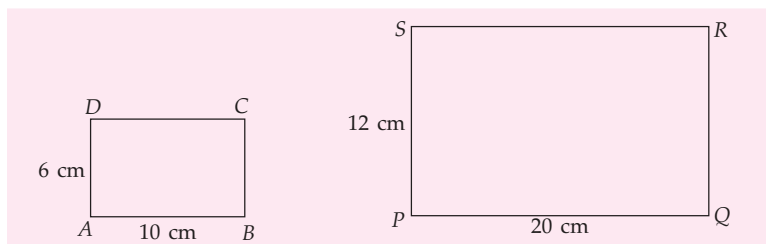


Sebuah trapesium sama kaki $ABCD$ dengan diagonal sisi BD dan AC , serta berpotongan di E . Sebutkanlah

- sudut-sudut yang sama besar dengan $\angle ABE$;
- segitiga-segitiga yang kongruen.

2 Syarat Dua Bangun Datar yang Sebangun

Marilah kita perhatikan persegi panjang $ABCD$ dan $PQRS$ pada Gambar 1.2. Akan kita selidiki hubungan sisi-sisi kedua persegi panjang itu.



Gambar 1.2 Persegi panjang $ABCD$ dan $PQRS$

Perhatikanlah panjang sisi-sisi dari kedua persegi panjang di atas. Dari Gambar 1.2, kita peroleh:

$$\left. \begin{aligned} \frac{AB}{PQ} &= \frac{10}{20} = \frac{1}{2} \\ \frac{BC}{QR} &= \frac{6}{12} = \frac{1}{2} \end{aligned} \right\} \text{ sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.}$$

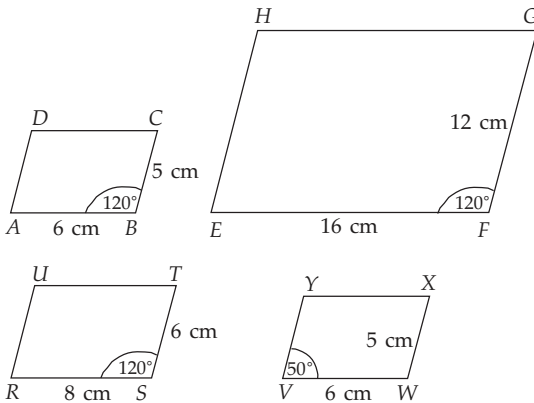
Karena panjang sisi yang lain sama dengan sisi yang telah diketahui, maka cukup dua sisi yang diselidiki. Jadi, sisi-sisi yang bersesuaian pada dua persegi panjang yang sebangun adalah sebanding.

Untuk sudut, karena semua sudut persegi panjang merupakan siku-siku maka dapat dikatakan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Contoh SOAL

Perhatikan bangun jajargenjang di bawah ini.



Dari gambar di atas, selidiki:

- apakah $ABCD$ dan $EFGH$ sebangun?
- apakah $ABCD$ dan $VWXY$ sebangun?
- apakah $ABCD$ dan $RSTU$ sebangun?

Penyelesaian:

- Karena $ABCD$ merupakan jajargenjang maka $AB = CD = 6$ cm dan $AD = BC = 5$ cm. $EFGH$ juga merupakan jajargenjang maka $EF = GH = 16$ cm dan $EH = FG = 12$ cm. Dengan demikian, diperoleh

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{EF} = \frac{6}{16} \\ \frac{BC}{FG} = \frac{5}{12} \end{array} \right\} \frac{AB}{EF} \neq \frac{BC}{FG}$$

karena $\frac{AB}{EF} \neq \frac{BC}{FG}$ dapat dikatakan bahwa jajargenjang $ABCD$ dan $EFGH$ tidak sebangun.

- Telah diketahui $\angle B = 120^\circ$, $\angle V = 50^\circ$, dan $VWXY$ merupakan. Dengan demikian, diperoleh

$$\begin{aligned} \angle W &= 180^\circ - \angle V \\ &= 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{aligned}$$

karena $\angle B \neq \angle W$, dapat dikatakan bahwa jajargenjang $ABCD$ dan $VWXY$ tidak sebangun.

- Karena $ABCD$ merupakan jajargenjang maka $AB = CD = 6$ cm dan $AD = BC = 5$ cm. $RSTU$ juga merupakan jajargenjang maka $RS = UT = 8$ cm dan $RU = ST = 6$ cm. Dengan demikian, diperoleh

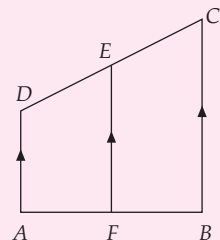
$$\left. \begin{array}{l} \frac{AB}{RS} = \frac{6}{8} \\ \frac{BC}{ST} = \frac{5}{6} \end{array} \right\} \frac{AB}{RS} \neq \frac{BC}{ST}$$

karena $\frac{AB}{RS} \neq \frac{BC}{ST}$ dapat dikatakan bahwa jajargenjang $ABCD$ dan $RSTU$ tidak sebangun.

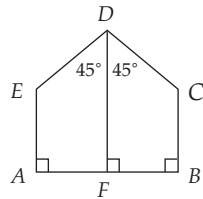
Sebagai bahan latihan, selidiki apakah $EFGH$ dan $RSTU$ sebangun?

LATIHAN 2

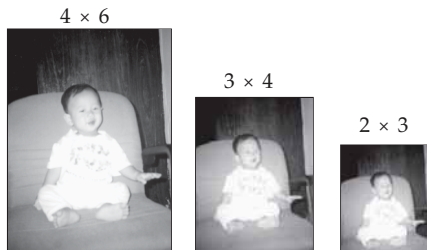
- Manakah di antara bangun-bangun di bawah ini yang pasti sebangun?
 - Persegi panjang
 - Layang-layang
 - Segitiga siku-siku
 - Segitiga sama sisi
 - Segitiga sama kaki
 - Jajargenjang
 - Belah ketupat
 - Persegi
 - Lingkaran
- Diketahui $AF = FB$, panjang $AD = 8$ cm, $BC = 12$ cm, dan $FE = 10$ cm. Tentukanlah bangun-bangun yang sebangun.



3. Pada gambar di samping diketahui.
 $\angle A = \angle F = \angle B = 90^\circ$
 $\angle EDF = \angle CDF = 45^\circ$
 Tentukanlah bangun-bangun yang sebangun.



4. Kalian tentu sudah biasa melihat foto dengan ukuran seperti tampak pada gambar di bawah ini.



Coba kalian selidiki apakah foto-foto itu sebangun.

5. *Diskusikan dengan teman sebangkumu.*
 Andi sedang mengecat kamar tidur dan kamar mandi. Dinding kamar tidur berukuran tinggi 3 m dan lebar $4\frac{1}{2}$ m. Dinding kamar mandi berukuran tinggi 3 m dan lebar 2 m.
- Apakah ukuran kamar tidur dan kamar mandi sebangun? Jika ya, berapa perbandingannya?
 - Jika untuk mengecat kamar tidur dibutuhkan 3 kaleng, berapa kaleng yang dibutuhkan untuk mengecat kamar mandi?
 - Apakah perbandingan banyak cat yang digunakan sama dengan perbandingan ukuran kamar?

3 Perhitungan pada Bangun-Bangun yang Kongruen dan Sebangun

Kalian tentunya sudah jelas mengenai syarat dua bangun datar kongruen dan sebangun. Sekarang marilah kita gunakan dalam perhitungan.

Contoh SOAL

- 1.

Diketahui persegi panjang $ABCD$ dan $PQRS$ kongruen. Jika sisi $AB = 8$ cm dan $BC = 6$ cm, hitunglah panjang PQ , QR , dan PR .

Penyelesaian:

Persegi panjang $ABCD$ dan $PQRS$ kongruen maka:

$$PQ = AB = 8 \text{ cm}$$

$$QR = BC = 6 \text{ cm}$$

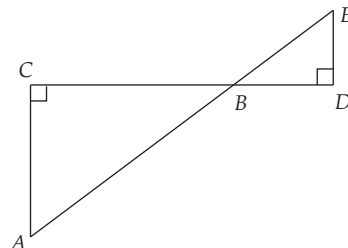
PR dapat dicari dengan menggunakan dalil Pythagoras, sebagai berikut.

$$\begin{aligned} PR^2 &= PQ^2 + QR^2 \\ &= 8^2 + 6^2 \\ &= 64 + 36 = 100 \end{aligned}$$

$$PR = \sqrt{100} = 10$$

Jadi, panjang PR adalah 10 cm.

2. Perhatikan gambar di bawah ini.



Segitiga ABC dan BDE sebangun, dengan $AC = 9$ cm, $AB = 15$ cm, dan $CD = 16$ cm.

- Tentukan sudut-sudut yang bersesuaian.
- Hitung panjang BD dan BE .
- Jika $\angle A = p^\circ$, tentukan $\angle BED$ dan $\angle DBE$.

Penyelesaian:

a. $\angle ACB = \angle BDE$

$\angle ABC = \angle DBE$

$\angle BED = \angle CAB$

b. $(BC)^2 = (AB)^2 - (AC)^2$

$= 15^2 - 9^2$

$= 144$

$BC = 12 \text{ cm}$

$BD = DC - BC$

$= 16 - 12$

$= 4 \text{ cm}$

Karena $\triangle ABC$ dan $\triangle BDE$ sebangun
maka berlaku

$$\frac{BE}{AB} = \frac{BD}{CB}$$

$$\Leftrightarrow \frac{BE}{15} = \frac{4}{12}$$

$$\Leftrightarrow BE = \frac{4 \times 15}{12}$$

$$\Leftrightarrow BE = 5 \text{ cm}$$

c. $\angle CAB = p^\circ$

$\angle BED = \angle CAB$

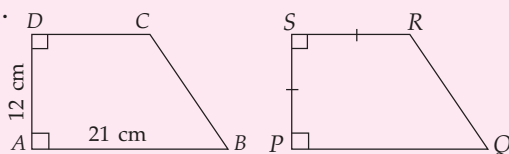
$= p^\circ$

$\angle DBE = 180^\circ - 90^\circ - \angle BED$

$= 90 - p^\circ$

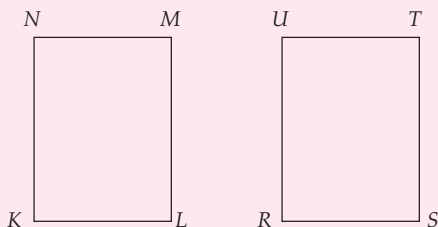
LATIHAN 3

1.



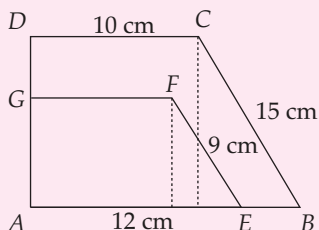
$ABCD$ dan $PQRS$ adalah dua bangun yang kongruen. Jika $AB = 21 \text{ cm}$, $AD = 12 \text{ cm}$, hitunglah QR .

2.



Persegi panjang $KLMN$ kongruen dengan persegi panjang $RSTU$. Jika $KL = 6 \text{ cm}$ dan $LM = 8 \text{ cm}$, hitunglah RT .

3. Perhatikan gambar di bawah ini.

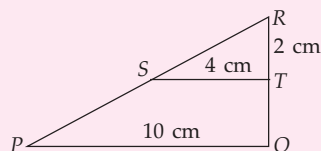


Trapezium $AEFG$ dan $ABCD$ adalah sebangun dan berimpit pada titik sudut A .

a. Tentukan panjang GF dan EB .

b. Jika $\angle GFE = a^\circ$, tentukan $\angle ABC$.

4. Perhatikan gambar di bawah ini.

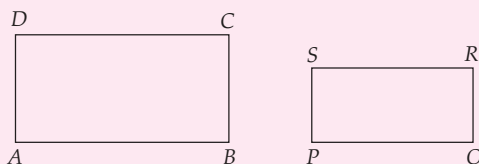


$\triangle PQR$ dan $\triangle STR$ adalah sebangun dan berimpit di R .

a. Tentukan panjang RQ , PR .

b. Jika sudut $\angle QRP = x^\circ$, tentukan $\angle QPR$.

5. Persegi panjang $ABCD$ dan $PQRS$ sebangun dengan $AB = 12 \text{ cm}$, $QR = 6 \text{ cm}$, dan perbandingan $AC : PR = 3 : 2$.



a. Hitunglah PQ dan BC .

b. Jika luas $ABCD = 36 \text{ cm}^2$, hitung luas $PQRS$.



Dua Segitiga yang Kongruen atau Sama Sebangun

Pada subbab sebelumnya kalian telah mempelajari syarat dua bangun datar yang kongruen. Pada pembahasan berikut akan dipelajari lebih mendalam salah satu dari bangun datar tersebut, yaitu segitiga. Untuk lebih jelas lagi mengenai dua segitiga yang kongruen, perhatikanlah pembahasan berikut.

1 Syarat Dua Segitiga Kongruen

Dari subbab sebelumnya kalian tentu telah mengetahui syarat dua bangun datar yang kongruen, yaitu

- sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, dan
- sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Karena segitiga merupakan bangun datar maka syarat-syarat di atas juga berlaku untuk menyatakan dua segitiga yang kongruen. Namun, kedua syarat di atas masih dapat dikembangkan lagi sebagai berikut.

a. Ketiga Sisi yang Bersesuaian Sama Panjang (si, si, si)

Perhatikan Gambar 1.3. Untuk menyelidiki apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle JKL$ kongruen, dapat kita gunakan cara-cara berikut ini.

Cara 1

Kita jiplak $\triangle ABC$ dengan menggunakan plastik transparan atau kertas kalkir, kemudian kita gunting. Hasil guntingan ini kita impitkan pada $\triangle JKL$. Titik A berimpit dengan titik J , titik B berimpit dengan titik K , dan titik C berimpit dengan titik L . $\triangle ABC$ tepat menutupi $\triangle JKL$ sehingga kita peroleh bahwa

- sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang, dan
- sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

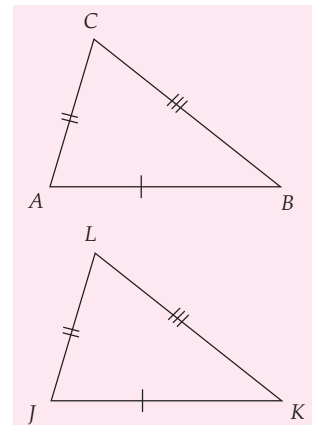
Jadi, $\triangle ABC$ dan $\triangle JKL$ kongruen.

Cara 2

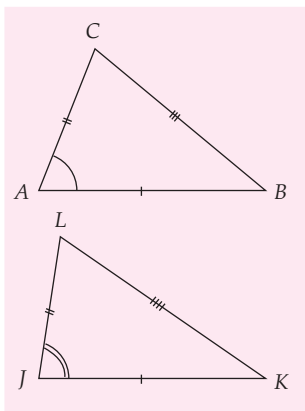
Dari Gambar 1.3 kita ketahui bahwa

$$\left. \begin{array}{l} AB = JK \\ BC = KL \\ CA = LJ \end{array} \right\} \text{ sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.}$$

Dengan menggunakan sisi-sisi yang bersesuaian ini, mari kita selidiki sudut-sudut yang bersesuaian.



Gambar 1.3 $\triangle ABC$ dan $\triangle JKL$



Gambar 1.4 ΔABC dan ΔJKL , kedua sisi yang bersesuaian sama panjang

Jika $AB = JK$, $AC = JL$, dan $BC = KL$; apakah $\angle A = \angle J$? Untuk membuktikan hal itu kita pakai kebalikannya, kita misalkan $AB = JK$, $AC = JL$, dan $BC \neq KL$. Marilah kita perhatikan Gambar 1.4.

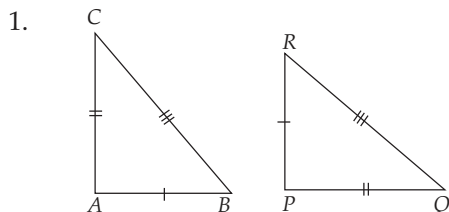
Dari Gambar 1.4 terlihat bahwa $\angle A \neq \angle J$. Dengan demikian, terbukti bahwa jika $AB = JK$, $BC = KL$, dan $CA = LJ$; maka $\angle A = \angle J$. Hal ini juga berlaku untuk $\angle B$ dan $\angle C$.

Secara umum dapat kita tarik kesimpulan bahwa jika pada dua segitiga sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang maka sudut-sudut yang bersesuaian juga sama besar. Jadi, terbukti bahwa ΔABC dan ΔJKL kongruen.

Untuk selanjutnya, dalam membuktikan dua segitiga yang kongruen kita boleh hanya membuktikan bahwa sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

Jika sisi-sisi yang bersesuaian pada dua segitiga sama panjang maka kedua segitiga itu kongruen.

Contoh SOAL



Perhatikan gambar kedua segitiga di atas. Buktikan ΔABC dan ΔPQR kongruen.

Penyelesaian:

Perhatikan ΔABC dan ΔPQR

$AB = PR$ (diketahui)

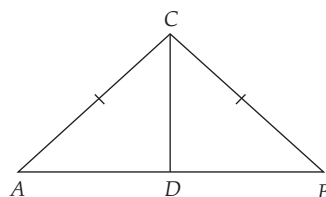
$AC = PQ$ (diketahui)

$BC = QR$ (diketahui)

Karena ketiga sisi yang bersesuaian sama besar maka ΔABC dan ΔPQR kongruen (si, si, si).

2. Diketahui ΔABC sama kaki, dengan D sebagai titik tengah AB . Buktikan bahwa ΔADC dan ΔBDC kongruen.

Penyelesaian:



$AC = BC$ (sama kaki),

$AD = BD$ (D titik tengah AB),

$CD = CD$ (merupakan sisi persekutuan).

Karena ketiga sisinya sama panjang, ΔADC dan ΔBDC kongruen (si, si, si).

b. Dua Sisi yang Bersesuaian Sama Panjang dan Sudut yang Diapit Sama Besar (si, su, si)

Marilah kita perhatikan kedua segitiga pada Gambar 1.5. Kongruenkah kedua segitiga tersebut?

Dari Gambar 1.5, kita ketahui bahwa $AC = XZ$; $\angle A = \angle X$; dan $AB = XY$.

Dengan menggunakan pembuktian seperti pada bagian a cara kedua, kita peroleh $BC = YZ$, sehingga $AC = XZ$, $AB = XY$, dan $BC = QR$.

Karena ketiga sisi yang bersesuaian pada $\triangle ABC$ dan $\triangle XYZ$ sama panjang maka $\triangle ABC$ dan $\triangle XYZ$ kongruen (si, su, si).

Cobalah kalian lakukan pembuktian dengan cara lain seperti pada kegiatan berikut.

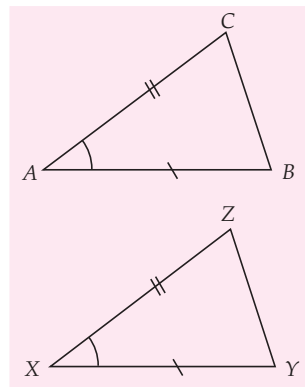


KEGIATAN

Gambar 1.5 menunjukkan $\triangle ABC$ dan $\triangle XYZ$ memiliki dua sisi sama panjang dan sudut yang diapit sama besar.

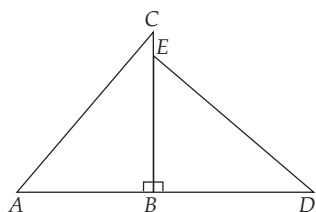
1. Jiplak $\triangle ABC$ Gambar 1.5 dengan menggunakan plastik transparan atau kertas kalkir.
2. Letakkan hasil jiplakanmu di atas $\triangle XYZ$! Apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle XYZ$ saling berimpit?
3. Sebutkan sisi-sisi dan sudut-sudut yang saling menempati.

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat disimpulkan jika dua segitiga memiliki dua sisi bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapit sama besar maka kedua segitiga itu



Gambar 1.5 $\triangle ABC$ dan $\triangle XYZ$, dua sisi bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapit sama besar

Contoh SOAL



Pada gambar di atas, $AB = BE$ dan $BD = BC$.
Buktikan $\triangle ABC$ dan $\triangle BDE$ kongruen.

Penyelesaian:

Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle BDE$

$$AB = BE \text{ (diketahui)}$$

$$\angle ABC = \angle DBE = 90^\circ$$

$$BD = BC \text{ (diketahui)}$$

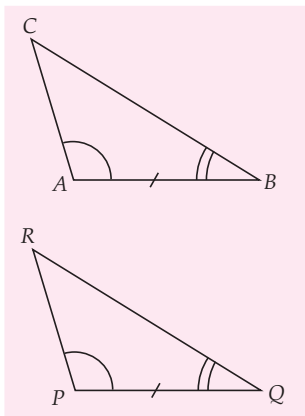
Karena kedua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapit sama besar maka $\triangle ABC$ dan $\triangle BDE$ kongruen (si, su, si).

c. Satu Sisi Sama Panjang dan Dua Sudut Berse- suaian yang Terletak pada Sisi itu Sama Besar (su, si, su)

Bagaimana dengan kedua segitiga pada Gambar 1.6? Kongruenkah kedua segitiga ini? Marilah kita selidiki bersama.

Dari Gambar 1.6 diketahui

$$\left. \begin{array}{l} \angle A = \angle P \\ \angle B = \angle Q \\ AB = PQ \end{array} \right\} \text{ kita peroleh } \angle C = \angle R.$$



Gambar 1.6 ΔABC dan ΔPQR , satu sisi sama panjang dan dua sudut bersesuaian yang terletak pada sisi itu sama besar.

Karena ketiga sudut yang bersesuaian sama besar dan salah satu sisi yang bersesuaian sama panjang maka dua sisi yang bersesuaian juga sama panjang. Mengapa demikian?

Karena jika salah satu sisi yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔPQR tidak sama panjang maka salah satu sudut yang bersesuaian juga tidak akan sama besar. Padahal sudah diketahui ketiga sudut yang bersesuaian itu sama besar.

Dengan menggunakan pembuktian seperti pada bagian a cara kedua, kita peroleh $BC = QR$ dan $AC = PR$.

Karena ketiga sisi yang bersesuaian pada ΔABC dan ΔPQR sama panjang maka ΔABC dan ΔPQR kongruen (su, si, su).

Cobalah kalian lakukan pembuktian dengan cara lain, seperti pada kegiatan berikut.

KEGIATAN

Gambar 1.6 menunjukkan ΔABC dan ΔPQR memiliki satu sisi sama panjang dan dua sudut yang terletak pada sisi itu sama besar.

1. Jiplak ΔABC Gambar 1.6 dengan menggunakan plastik transparan atau kertas kalkir, kemudian himpitkan ΔABC dan ΔPQR . Periksalah, apakah ΔABC dan ΔPQR saling tepat menutupi atau berimpit?
2. Sebutkan sisi-sisi dan sudut-sudut bersesuaian yang saling menempati.

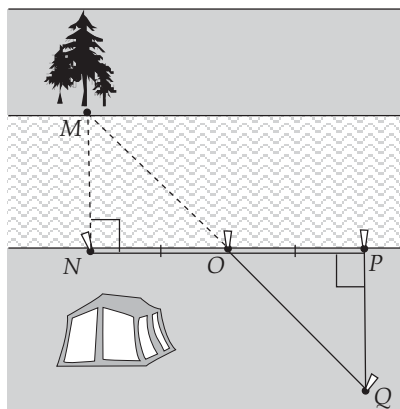
Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat disimpulkan jika dua segitiga memiliki satu sisi sama panjang dan dua sudut bersesuaian yang terletak pada sisi itu sama besar maka dua segitiga itu

Contoh SOAL

Amir akan menghitung lebar sungai di dekat tendanya. Amir telah menggambar desain yang akan digunakan untuk menghitung lebar sungai itu. Perhatikan gambar di samping.

Dari gambar tersebut diketahui $MN \perp NP$, $PQ \perp NP$, dan O di tengah-tengah NP .

- a. Apakah ΔMNO dan ΔQPO kongruen? Berikan alasanmu.
- b. Garis mana yang dapat digunakan untuk menghitung lebar sungai?



Penyelesaian:

- a. $\triangle MNO$ dan $\triangle QPO$ kongruen (su, si, su)
 yaitu:
 $\angle N = \angle P = 90^\circ \Rightarrow NO = OP$
 (O merupakan titik tengah NP)

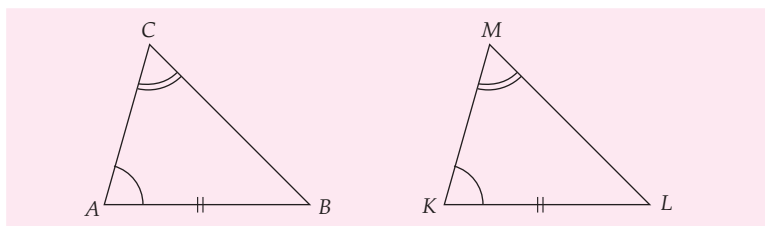
$$\angle NOM = \angle POQ$$

(sudut bertolak belakang).

- b. Garis PQ , karena $\triangle MNO$ dan $\triangle QPO$ kongruen maka garis $PQ = MN$. MN merupakan lebar sungai.

d. Dua Sudut Bersesuaian Sama Besar dan Satu Sisi yang Bersesuaian Sama Panjang (su, su, si)

Marilah kita perhatikan lagi kedua segitiga di bawah ini. Akan kita buktikan apakah kedua segitiga itu kongruen?



Gambar 1.7 $\triangle ABC$ dan $\triangle KLM$, dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang

Dari Gambar 1.7 kita ketahui $\angle A = \angle K$; $\angle C = \angle M$; dan $AB = KL$. Karena $\angle A = \angle K$, $\angle C = \angle M$, maka $\angle B = \angle L$

Dengan menggunakan pembuktian seperti pada bagian c sebelumnya, kita peroleh $BC = LM$ dan $AC = KM$.

Karena ketiga sisi yang bersesuaian pada $\triangle ABC$ dan $\triangle KLM$ sama panjang maka $\triangle ABC$ dan $\triangle KLM$ kongruen (su, su, si).

Cobalah kamu lakukan pembuktian dengan cara lain seperti pada kegiatan berikut.

KEGIATAN

Gambar 1.7 menunjukkan $\triangle ABC$ dan $\triangle KLM$ memiliki dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang.

1. Jiplaklah $\triangle ABC$ Gambar 1.7 dengan menggunakan plastik transparan atau kertas kalkir, kemudian himpitkan $\triangle ABC$ dan $\triangle KLM$. Periksalah, apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle KLM$ saling tepat menutupi atau berimpit?
2. Sebutkan sisi-sisi dan sudut-sudut bersesuaian yang saling menempati.

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat disimpulkan jika dua segitiga memiliki dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian maka dua segitiga itu

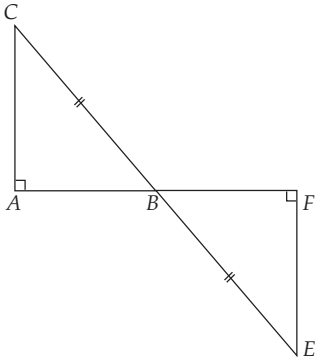
....

Math Quiz

Jika ada dua buah segitiga memiliki sudut-sudut bersesuaian sama besar, apakah kedua segitiga itu kongruen? Hal apa yang dapat kamu simpulkan dari jawaban pertanyaan tersebut?

Contoh SOAL

Perhatikan gambar di bawah ini.



Pada gambar di samping, titik B adalah titik tengah CE . Buktikan $\triangle ABC$ dan $\triangle BEF$ kongruen.

Penyelesaian:

Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle BEF$

$$\angle BAC = \angle BFE = 90^\circ$$

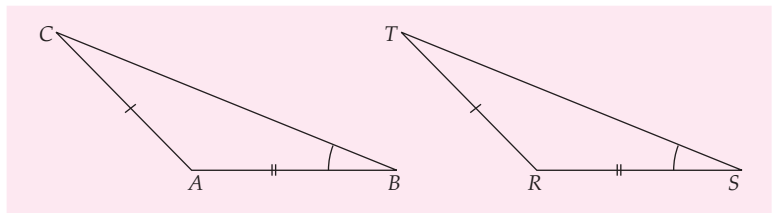
$$\angle ABC = \angle EBF \text{ (bertolak belakang)}$$

$$CB = BE \text{ (} B \text{ titik tengah } CE \text{)}$$

Karena kedua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang maka $\triangle ABC$ dan $\triangle BEF$ kongruen (su, su, si).

e. Dua Sisi Bersesuaian Sama Panjang dan Satu Sudut yang Bersesuaian Sama Besar (si, si, su)

Sekarang kalian perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ di bawah ini.



Gambar 1.8 $\triangle ABC$ dan $\triangle RST$, dua sisi sama panjang dan satu sudut sama besar

Untuk mengetahuinya, lakukanlah kegiatan berikut.

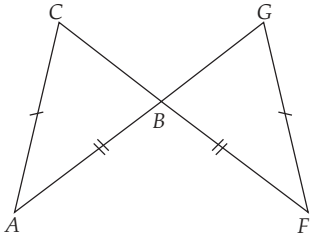
KEGIATAN

Gambar 1.8 menunjukkan $\triangle ABC$ dan $\triangle RST$ memiliki dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan satu sudut yang bersesuaian sama besar.

1. Jiplaklah $\triangle ABC$ Gambar 1.8 dengan menggunakan plastik transparan atau kertas kalkir, kemudian himpitkan $\triangle ABC$ dan $\triangle RST$. Periksalah, apakah $\triangle ABC$ dan $\triangle RST$ saling tepat menutupi atau berimpit?
2. Sebutkan sisi-sisi dan sudut-sudut bersesuaian yang saling menempati.

Berdasarkan hasil kegiatan di atas, dapat disimpulkan jika dua segitiga memiliki dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan satu sudut yang bersesuaian sama besar maka dua segitiga itu

Contoh SOAL



Pada gambar di atas, $AB = BF$ dan $AC = FG$.
Buktikan $\triangle ABC$ dan $\triangle BFG$ kongruen.

Penyelesaian:

Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle BFG$

$$AB = BF \text{ (diketahui)}$$

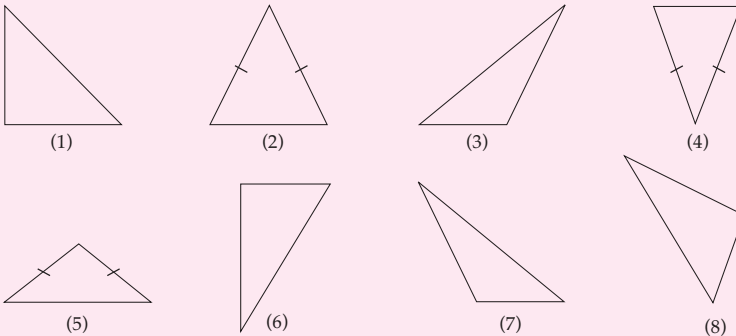
$$AC = FG \text{ (diketahui)}$$

$$\angle ABC = \angle FBG \text{ (bertolak belakang)}$$

Karena dua sisi bersesuaian sama panjang dan satu sudut yang bersesuaian sama besar maka $\triangle ABC$ dan $\triangle BFG$ kongruen (si, si, su).

KEGIATAN

Gambarlah segitiga-segitiga berikut ini pada kertas karton. Kemudian, lipatlah segitiga-segitiga itu sehingga hasil lipatan membentuk 2 segitiga yang kongruen.

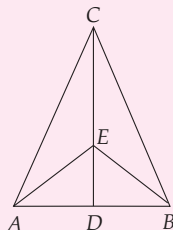


1. Dari hasil lipatan segitiga-segitiga di atas, segitiga manakah yang menghasilkan 2 segitiga yang kongruen?
2. Apa yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan di atas hubungannya dengan kongruensi?

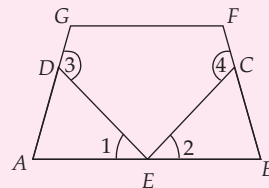
LATIHAN 4

1. Sebuah layang-layang $ABCD$ dengan diagonal terpanjang AC , $\angle ADC = \angle ABC$ dan $AD = AB$. Buktikan $\triangle ADC$ dan $\triangle ABC$ kongruen.

2. Sebuah segitiga sama kaki ABC . Titik D di tengah-tengah AB sehingga $\angle DAE = \angle DBE$. Buktikan bahwa $\triangle AEC$ dan $\triangle BEC$ kongruen.



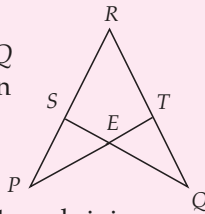
3. Perhatikan gambar di bawah ini.



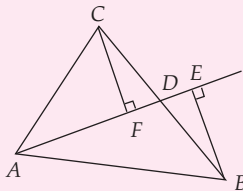
Titik E adalah titik tengah AB . Jika $\angle AED = \angle BEC$ dan $\angle EDG = \angle ECF$, buktikan bahwa $\triangle AED$ dan $\triangle BEC$ kongruen.

4. Pada trapesium sama kaki $ABCD$, ditarik dua buah garis yang membentuk diagonal sisi BD dan AC yang berpotongan di titik E . Jika $\angle ADC = \angle BCD$ dan $AD = BC$, buktikan bahwa $\triangle ADC$ dan $\triangle BCD$ kongruen.

5. Perhatikan gambar di samping. Jika $\angle P = \angle Q$ dan $PR = QR$, buktikan bahwa $\triangle PSE$ dan $\triangle QTE$ kongruen.



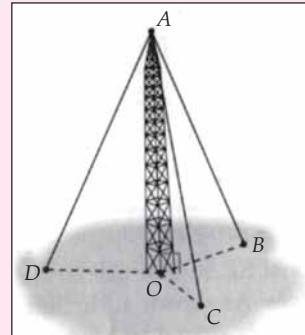
6. Perhatikan gambar di bawah ini.



Pada $\triangle ABC$ ditarik garis berat dari $\angle A$ memotong BC di D . Dari titik B dan C masing-masing ditarik garis sehingga

BE dan CF tegak lurus AD . Buktikan bahwa $\triangle CFD$ dan $\triangle BED$ kongruen.

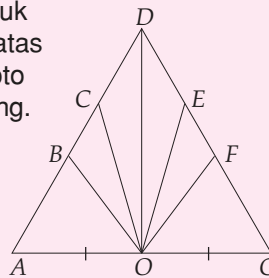
7. Sebuah antenna televisi berdiri tegak lurus dengan tanah. Dari titik B , C , dan D di tanah ditarik kabel ke puncak antenna. Perhatikan gambar di bawah ini.



Panjang kawat yang menghubungkan puncak antenna ke titik B , C , dan D sama panjang. Apakah cukup informasi untuk menyimpulkan bahwa $\triangle AOB$, $\triangle AOC$, dan $\triangle AOD$ kongruen?

KEGIATAN

Perhatikan bentuk rangka bagian atas pada gambar foto rumah di samping. Desain dari bagian tersebut terlihat pada gambar di sampingnya.



Sumber: majalah ASRI, edisi Maret 1996

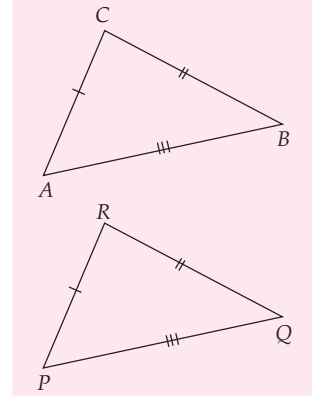
$DO \perp AG$ dan OD membagi AG menjadi 2 bagian sama panjang. Dengan menggunakan plastik transparan buktikan bahwa $\triangle AOD$ dan $\triangle DOG$ kongruen kemudian jelaskan di depan kelas.

② Perbandingan Sisi-Sisi Dua Segitiga Kongruen

Telah kita ketahui bahwa salah satu syarat dua segitiga kongruen adalah sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang. Karena panjang sisinya sama maka perbandingan dari kedua sisi tersebut adalah 1. Untuk lebih jelasnya mari kita perhatikan Gambar 1.9.

Dari Gambar 1.9 kita peroleh: $AB = PQ$, maka $\frac{AB}{PQ} = 1$
 $BC = QR$, maka $\frac{BC}{QR} = 1$
 $CA = RP$, maka $\frac{CA}{RP} = 1$

Perbandingan sisi-sisi pada dua segitiga kongruen adalah 1.



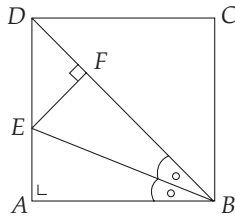
Gambar 1.9 $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ kongruen

3 Perhitungan Panjang Sisi Dua Segitiga Kongruen

Dari pembahasan sebelumnya telah kita ketahui syarat-syarat dua segitiga kongruen dan begitu pula perbandingan sisi-sisinya. Pada pembahasan kali ini syarat tersebut akan kita gunakan untuk melakukan perhitungan. Mari kita perhatikan contoh di bawah ini.

Contoh SOAL

Diketahui $ABCD$ adalah persegi dengan panjang rusuknya 10 cm. Jika $\angle ABE = \angle EBF$, hitunglah panjang AE .



Penyelesaian:

Perhatikanlah $\triangle BAE$ dan $\triangle BFE$.

$BE = BE$ (berimpit)

$\angle ABE = \angle EBF$ (diketahui)

$\angle BAE = \angle BFE$ (sudut siku-siku)

$\triangle BAE$ dan $\triangle BFE$ kongruen (su, su, si)

Karena $\triangle BAE$ dan $\triangle BFE$ kongruen, maka $BF = AB = 10$ cm.

Sekarang perhatikanlah $\triangle DEF$.

$\angle EDF = 45^\circ$ (BD diagonal sisi persegi $ABCD$)

$\angle DEF = 180^\circ - 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$

Karena kedua sudutnya sama besar maka $\triangle DEF$ merupakan segitiga sama kaki, $EF = DF$.

Dari soal diketahui E merupakan garis bagi $\angle ABD$ maka $AE = EF$.

Padahal $EF = DF$, maka $AE = DF$.

$AE = DF = BD - BF$

$= 10\sqrt{2} - 10$ (BD diagonal sisi)

$= 10(\sqrt{2} - 1)$ cm

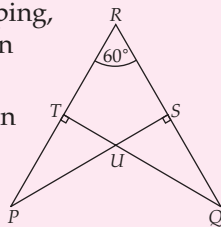
Jadi, panjang AE adalah $10(\sqrt{2} - 1)$ cm.

LATIHAN 5

1. Pada gambar di samping, $PR = QR = 40$ cm dan $\angle PRQ = 60^\circ$.

a. Buktikan $\triangle PSR$ dan $\triangle QTR$ kongruen.

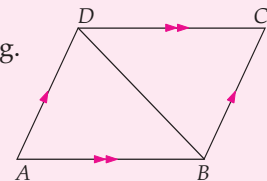
b. Buktikan $\triangle PTU$ dan $\triangle QUS$ kongruen.



- c. Hitunglah besar $\angle RQT$, $\angle RPS$, dan $\angle TUS$.

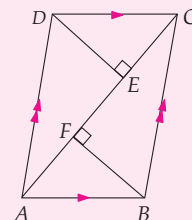
2. Diketahui $ABCD$ adalah jajargenjang.

a. Buktikan $AB = CD$ dan $AD = BC$

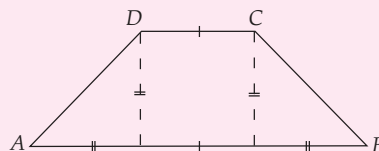


- b. Jika $\angle C = 80^\circ$ dan $\angle BDC = 30^\circ$, tentukan $\angle A$, $\angle ABD$, dan $\angle ADB$.
3. ABC adalah segitiga sama kaki dengan $AB = AC$. Titik E adalah titik tengah BC dan garis DE tegak lurus AC .
- Buktikan bahwa $\angle C = \angle B$.
 - Jika $BC = 12$ cm dan $AB = 10$ cm, hitunglah:
 - BE ,
 - DE , dan
 - AD serta CD .
4. $ABCD$ adalah jajargenjang dengan FB dan ED tegak lurus AC . $\angle ACB = 30^\circ$, $\angle CAB = 40^\circ$, $BC = 4$ cm, dan $AB = 3$ cm.

- Buktikan $AF = CE$.
- Buktikan $\angle BAC = \angle DCA$.
- Hitung besar $\angle ADE$.



5.



$ABCD$ adalah trapesium sama kaki dengan $\angle A$ dan $\angle B$ sama besar, yaitu 45° . Jika $AD = BC = DC = 8\sqrt{2}$ cm, hitunglah keliling $ABCD$.

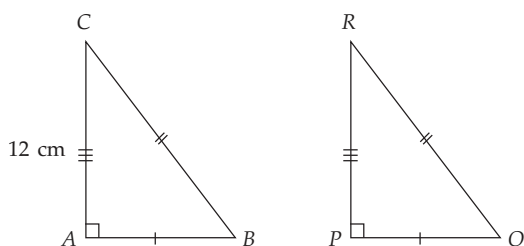
4 Akibat dari Dua Segitiga Kongruen

Kita telah mengetahui bahwa jika ada dua segitiga kongruen maka sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

Dapat kita katakan bahwa bentuk dan ukuran dua segitiga kongruen adalah sama. Hal ini mengakibatkan keliling dan luas kedua segitiga juga sama.

Untuk lebih jelasnya marilah kita perhatikan contoh berikut ini.

Contoh SOAL



Diberikan $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ kongruen. Luas $\triangle ABC = 54$ cm². Hitunglah panjang QR .

Penyelesaian:

$$L_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC$$

$$54 = \frac{1}{2} \times AB \times 12$$

$$54 = 6 \times AB$$

$$9 = AB$$

Panjang $AB = 9$ cm.

Karena $\triangle ABC$ dan $\triangle PQR$ kongruen maka $PQ = AB = 9$ cm.

$PR = AC = 12$ cm.

$$\begin{aligned} \text{Dengan demikian } QR^2 &= PQ^2 + PR^2 \\ &= 9^2 + 12^2 \\ &= 81 + 144 \\ &= 225 \end{aligned}$$

$$QR =$$

$$QR = 15$$

Jadi, panjang $QR = 15$ cm.

Cobalah kalian cari dari buku, majalah, atau sumber lain mengenai akibat dari dua segitiga kongruen kemudian bacakan di depan kelas.

Segitiga-Segitiga Sebangun

Pada subbab sebelumnya telah kalian pelajari dua segitiga yang kongruen. Tentunya sekarang kalian sudah memahami materi tersebut. Pada pembahasan berikut akan dipelajari segitiga-segitiga yang sebangun. Apa perbedaan kongruen dan sebangun? Setelah kalian mempelajari subbab berikut kalian akan dapat membedakannya.

1 Perbedaan Pengertian Sebangun dan Kongruen Dua Segitiga

Dari subbab sebelumnya telah kita ketahui bahwa: *"dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding."* Karena segitiga merupakan bangun datar maka ketentuan di atas juga berlaku untuk segitiga.

Selain itu juga telah kita ketahui bahwa: *"dua segitiga dikatakan kongruen jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang."*

Dari definisi di atas apa yang dapat kalian simpulkan mengenai hubungan dua segitiga kongruen dan sebangun?

2 Syarat Dua Segitiga Sebangun

Dari bagian sebelumnya telah kita peroleh bahwa *"dua segitiga dikatakan sebangun"* jika

- sudut-sudut yang bersesuaian sama besar, dan
- sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Syarat-syarat di atas dapat kalian kembangkan lagi menjadi sebagai berikut.

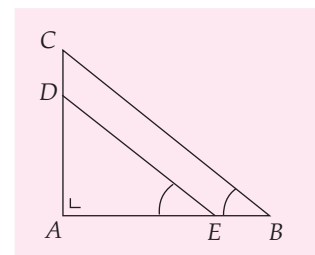
a. Dua Sudut yang Bersesuaian Sama Besar (su, su)

Marilah kita perhatikan Gambar 1.10. Dari Gambar 1.10 di samping diketahui

$$\angle A = \angle A$$

$$\angle B = \angle E$$

Karena kedua sudutnya sama maka sudut yang lain juga sama, yaitu $\angle C = \angle D$.



Gambar 1.10 $\triangle ABC$ dan $\triangle AED$

Selanjutnya, marilah kita selidiki sisi-sisinya. Untuk menyelidikinya cobalah kalian ukur sisi-sisi pada kedua segitiga di atas. Jika kalian cermat, maka kalian akan memperoleh

$$\frac{AB}{AE} = \frac{2,75}{2} = 1,375 \text{ cm}$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{2,2}{1,6} = 1,375 \text{ cm}$$

$$\frac{BC}{ED} = \frac{3,52}{2,56} = 1,375 \text{ cm}$$

Jadi, kita peroleh sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

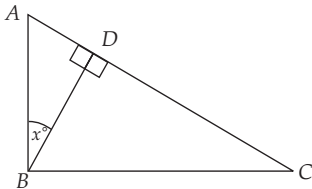
Dengan demikian, $\triangle ABC$ dan $\triangle AED$ sebangun.

Jika dua sudut yang bersesuaian pada dua segitiga sama besar maka dua segitiga itu sebangun.

Cobalah kalian buktikan dengan cara lain.

Contoh SOAL

Perhatikan gambar di bawah ini.



$\triangle ABC$ adalah segitiga siku-siku. Buktikan bahwa $\triangle ABD$ dan $\triangle ABC$ sebangun.

Penyelesaian:

Perhatikan $\triangle ABD$ dan $\triangle ABC$

Misalkan $\angle ABD = x^\circ$, maka

$$\angle DBC = 90^\circ - x^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle ADB = 90^\circ \\ \angle ABC = 90^\circ \end{array} \right\} \angle ADB = \angle ABC$$

$$\begin{aligned} \angle BCA &= 180^\circ - \angle BDC - \angle DBC \\ &= 180^\circ - 90^\circ - \angle DBC \\ &= 90^\circ - (90^\circ - x^\circ) \\ &= x^\circ \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle ABD = x^\circ \\ \angle BCA = x^\circ \end{array} \right\} \angle ABD = \angle BCA$$

$$\begin{aligned} \angle DAB &= 180^\circ - 90^\circ - x^\circ \\ &= 90^\circ - x^\circ \end{aligned}$$

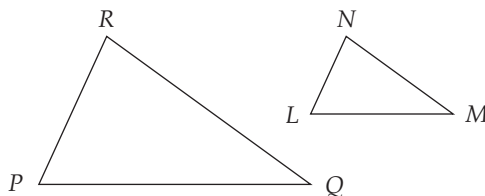
$$\begin{aligned} \angle BAC &= 180^\circ - 90^\circ - \angle BCA \\ &= 90^\circ - x^\circ \end{aligned}$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle DAB = 90^\circ - x^\circ \\ \angle BAC = 90^\circ - x^\circ \end{array} \right\} \angle DAB = \angle BAC$$

Karena dua sudut yang bersesuaian sama besar, maka $\triangle ABD$ dan $\triangle ABC$ sebangun (su, su).

b. Ketiga Sisi yang Bersesuaian Sebanding (si, si, si)

Cobalah kalian perhatikan Gambar 1.11.

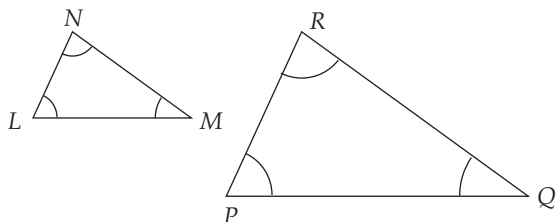


Gambar 1.11 $\triangle PQR$ dan $\triangle LMN$

Diberikan $\frac{LN}{PR} = \frac{LM}{PQ} = \frac{MN}{QR}$

Marilah kita selidiki sudut-sudut yang bersesuaian dari dua segitiga itu.

Untuk itu jiplaklah $\triangle LMN$ Gambar 1.12 dengan plastik transparan atau kertas kalkir, kemudian potong daerah sudutnya. Impitkan masing-masing ke sudut yang bersesuaian pada $\triangle PQR$.



Gambar 1.12 Sudut-sudut dari $\triangle PQR$ dan $\triangle LMN$ yang bersesuaian

Jika kalian cermat maka akan diperoleh

$\angle L$ berimpit dengan $\angle P$, maka $\angle L = \angle P$

$\angle M$ berimpit dengan $\angle Q$, maka $\angle M = \angle Q$

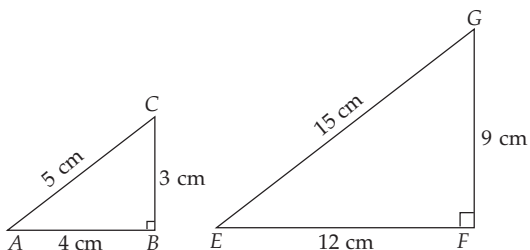
$\angle N$ berimpit dengan $\angle R$, maka $\angle N = \angle R$

Kita peroleh bahwa sudut-sudut yang bersesuaian sama besar. Dengan demikian, $\triangle PQR$ dan $\triangle LMN$ sebangun.

Jika ketiga sisi yang bersesuaian pada dua segitiga sebanding maka dua segitiga itu sebangun.

Dapatkan kalian membuktikan dengan cara lain?

Contoh SOAL



$\triangle ABC$ dan $\triangle EFG$ adalah segitiga siku-siku. Buktikan $\triangle ABC$ dan $\triangle EFG$ sebangun.

Penyelesaian:

Perhatikan $\triangle ABC$ dan $\triangle EFG$

Pada $\triangle ABC$, $AB = 4$ cm, $BC = 3$ cm, dan $AC = 5$ cm.

Pada $\triangle EFG$, $EF = 12$ cm, $FG = 9$ cm, dan $EG = 15$ cm.

$$\frac{AB}{EF} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{BC}{FG} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$$

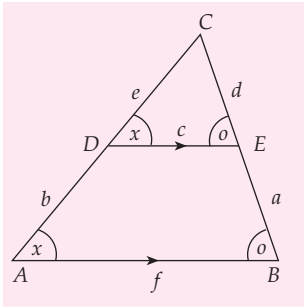
$$\frac{AC}{EG} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

Jadi, $\triangle ABC$ dan $\triangle EFG$ sebangun karena ketiga sisi yang bersesuaian sebanding.

Math Quiz

Jika dua segitiga memiliki satu sudut sama besar dan dua sisi bersesuaian yang mengapit sudut itu sebanding, buktikan bahwa dua segitiga tersebut sebangun.

③ Perbandingan Sisi Dua Segitiga Sebangun



Gambar 1.13 Segitiga ABC

Salah satu syarat untuk menentukan dua segitiga sebangun adalah jika sisi-sisi yang bersesuaian sebanding. Perhatikanlah Gambar 1.13. Jika ΔABC dan ΔDEC sebangun maka sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, yaitu

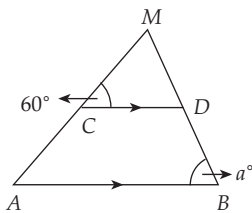
$$\begin{aligned} \frac{DC}{AC} &= \frac{EC}{BC} = \frac{DE}{AB} \text{ atau } \frac{e}{b+e} = \frac{d}{a+d} = \frac{c}{f} \\ \frac{e}{b+e} &= \frac{d}{a+d} \Leftrightarrow ea + ed = bd + ed \\ \Leftrightarrow ea &= bd \\ \Leftrightarrow \frac{e}{b} &= \frac{d}{a} \\ \text{Jadi, } \frac{e}{b} &= \frac{d}{a} \end{aligned}$$

④ Perhitungan Panjang Sisi pada Segitiga

Dengan menggunakan sifat-sifat kesebangunan, kita dapat menentukan panjang salah satu sisi segitiga yang belum diketahui dari dua buah segitiga. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

Contoh SOAL

1. Perhatikanlah bangun di bawah ini.



$AB = 4$ cm, $CD = 3$ cm, dan $AM = 6$ cm. Jika ΔABM dan ΔCMD sebangun, tentukanlah:

- panjang CM ;
- $\angle CMD$ jika $\angle ABM = a^\circ$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{CD}{AB} &= \frac{CM}{AM} \\ \frac{3}{4} &= \frac{CM}{6} \end{aligned}$$

$$4 \text{ CM} = 3 \times 6$$

$$4 \text{ CM} = 18$$

$$CM = \frac{18}{4} = 4,5 \text{ cm}$$

- $\angle ABM = a^\circ$, maka $\angle CDM = a^\circ$ karena $\angle ABM$ dan $\angle CDM$ sehadap. Jumlah sudut dalam segitiga adalah 180° , maka

$$\begin{aligned} \angle CMD &= 180^\circ - \angle MCD - \angle CDM \\ &= 180^\circ - 60^\circ - a^\circ \\ &= 120^\circ - a^\circ \\ &= (120 - a) \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \angle CMD = (120 - a)^\circ$$

- Sisi-sisi ΔABC adalah 3 cm, 6 cm, dan 8 cm. Jika ΔABC sebangun dengan ΔPQR dan perbandingan sisi-sisinya $\frac{3}{5}$, tentukanlah sisi-sisi ΔPQR .

Penyelesaian:

Misalkan: p , q , dan r adalah sisi-sisi dari $\triangle PQR$, maka

$$\frac{3}{p} = \frac{6}{q} = \frac{8}{r} \text{ sehingga diperoleh}$$

$$(i) \quad \frac{3}{p} = \frac{3}{5}$$

$$p = 5 \text{ cm}$$

$$(ii) \quad \frac{6}{q} = \frac{3}{5}$$

$$q = 10 \text{ cm}$$

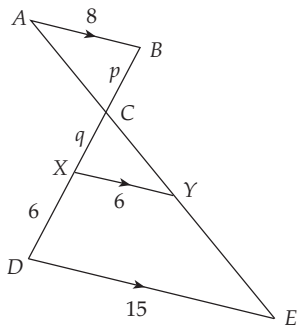
$$(iii) \quad \frac{8}{r} = \frac{3}{5}$$

$$r = \frac{40}{3} \text{ cm}$$

Nilai p , q , dan r masing-masing adalah 5 cm, 10 cm, dan $\frac{40}{3}$ cm.

Jadi, sisi-sisi $\triangle PQR$ adalah 5 cm, 10 cm, dan $\frac{40}{3}$ cm.

3. Perhatikan gambar di bawah ini.



Ruas garis $AB \parallel XY \parallel DE$. Jika $DE = 15$ cm, $DX = 6$ cm, $XY = 6$ cm, dan $AB = 8$ cm, tentukan:

a. panjang q ; b. panjang p .

Penyelesaian:

$$a. \quad \frac{CX}{CD} = \frac{XY}{DE}$$

$$\frac{q}{q + 6} = \frac{6}{15}$$

$$15q = 6(q + 6)$$

$$15q = 6q + 36$$

$$15q - 6q = 36$$

$$q = \frac{36}{9}$$

$$q = 4 \text{ cm}$$

b. $\triangle ABC$ dan $\triangle YXC$ sebangun

$$\frac{BC}{XC} = \frac{AB}{XY}$$

$$\frac{p}{4} = \frac{8}{6}$$

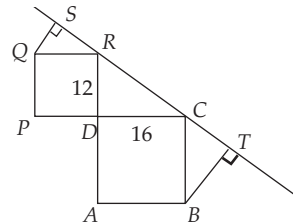
$$6p = 8 \times 4$$

$$6p = 32$$

$$p = \frac{32}{6}$$

$$p = 5\frac{1}{3} \text{ cm}$$

4. $ABCD$ dan $PDRQ$ adalah persegi dengan sisi masing-masing 16 cm dan 12 cm, tentukan panjang $(BT + QS)$.



Penyelesaian:

$$(RC)^2 = (RD)^2 + (DC)^2$$

$$= (12)^2 + (16)^2$$

$$= 400 \text{ cm}^2$$

$$RC = 20 \text{ cm}$$

Perhatikan $\triangle QSR$ dan $\triangle RDC$.

$$\angle QSR = \angle RDC = 90^\circ \text{ dan}$$

$$\angle SRQ = \angle RCD \text{ (sudut sehadap),}$$

maka $\triangle QSR$ dan $\triangle RDC$ sebangun.

Oleh karena $\triangle QSR$ dan $\triangle RDC$ sebangun, berlaku perbandingan

$$\frac{QS}{RD} = \frac{QR}{RC} \Leftrightarrow \frac{QS}{12} = \frac{12}{20}$$

$$\Leftrightarrow QS = \frac{144}{20}$$

$$= 7,2 \text{ cm}$$

Perhatikan $\triangle CBT$ dan $\triangle RDC$.

$\angle CTB = \angle RDC = 90^\circ$ dan

$\angle BCT = \angle DRC$ (sudut sehadap),

maka $\triangle CBT$ dan $\triangle RDC$ sebangun.

Oleh karena $\triangle CBT$ dan $\triangle RDC$ sebangun, berlaku perbandingan

$$\frac{BT}{DC} = \frac{BC}{RC} \Leftrightarrow \frac{BT}{16} = \frac{16}{20}$$

$$\Leftrightarrow BT = \frac{256}{20}$$

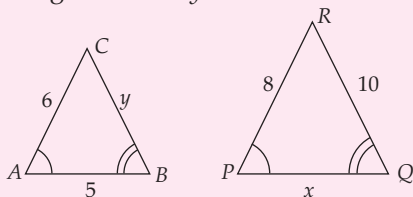
$$\Leftrightarrow BT = 12,8 \text{ cm}$$

Panjang $(BT + QS) = 12,8 + 7,2 = 20 \text{ cm}$.

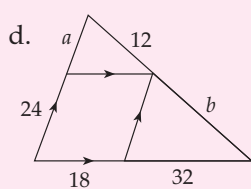
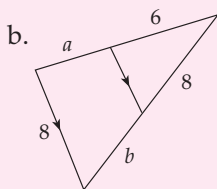
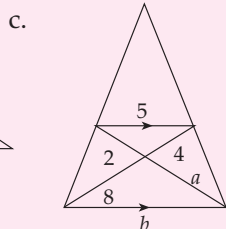
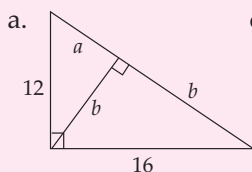
Jadi, panjang $BT + QS = 20 \text{ cm}$.

LATIHAN 6

1. Hitunglah x dan y .

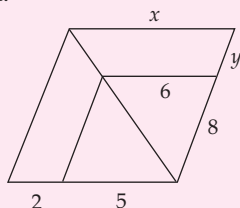


2. Tentukan nilai a dan b dari gambar di bawah ini.

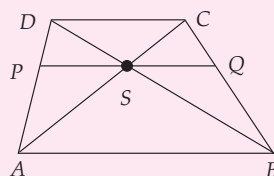


3. Sebuah segitiga ABC siku-siku di A . Titik D terletak pada BC dan $AD \perp BC$. Jika $BD = 4 \text{ cm}$ dan $DC = 9 \text{ cm}$, hitunglah AD , AB , dan AC .

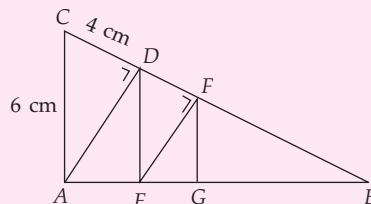
4. Tentukanlah nilai x dan y pada gambar di bawah.



5. Pada gambar trapesium $ABCD$, $DC \parallel PQ$ $\parallel AB$ dan $DP : AP = 2 : 3$. Jika $DC = 6 \text{ cm}$, $AB = 8 \text{ cm}$, hitunglah PQ , PS , SQ .

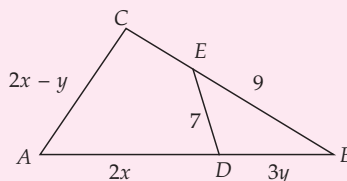


6. Perhatikan gambar di bawah ini.



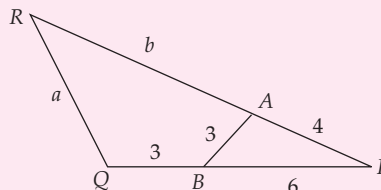
Hitunglah EF dan FG .

7. Perhatikan gambar di bawah ini.



$\angle CAD$ dan $\angle CED$ saling berpelurus.
Hitung perbandingan $x : y$.

8. Perhatikan gambar di bawah ini.



$\angle RAB + \angle RQB = 180^\circ$. Hitung a dan b .

9. $ABCD$ adalah layang-layang dengan $DC = 6$ cm, $BC = 8$ cm, $\angle DCB = \angle DAB = 90^\circ$. Diagonal layang-layang berpotongan di E . Jika PQ sejajar BC dan melalui E , hitung PQ .

10. Diketahui $\triangle ABC$ yang siku-siku di A , dengan $AC = \frac{1}{2}AB$. Jika N terletak pada AB sehingga $\angle CNA = 90^\circ - \angle CBN$, buktikan bahwa $NB = 3NA$.

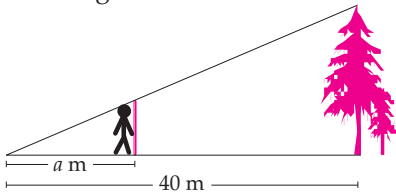


Aplikasi Kesebangunan dalam Kehidupan

Seperti yang telah dijelaskan pada bagian depan bahwa konsep kesebangunan banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya untuk mengukur tinggi gedung, lebar sungai, dan lebar jalan. Untuk mengukur tinggi gedung kita dapat membandingkan panjang bayangan seseorang dengan bayangan gedung.

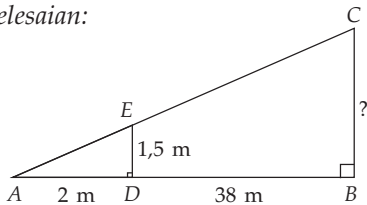
Contoh SOAL

1. Perhatikan gambar berikut.



Panjang bayangan sebuah pohon adalah 40 m. Pada saat yang sama, seorang anak menancapkan sebatang tongkat yang tingginya 1,5 m di depan pohon tersebut. Bayangan tongkat dan pohon berimpit. Jika bayangan tongkat 2 m, tentukan tinggi pohon tersebut.

Penyelesaian:



Misalkan

AB = panjang bayangan pohon

AD = panjang bayangan tongkat

DE = tinggi tongkat

BC = tinggi pohon

Pada $\triangle ADE$ dan $\triangle ABC$ diperoleh

$$\angle DAE = \angle BAC$$

$$\angle ADE = \angle ABC = 90^\circ$$

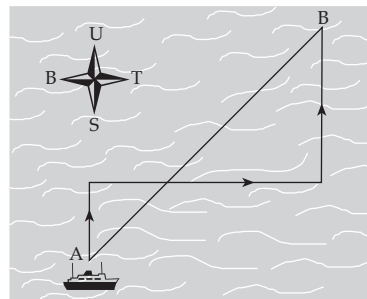
sehingga sudut yang lainnya juga sama, yaitu $\angle E = \angle C$.

Dengan demikian, $\triangle ABC$ dan $\triangle ADE$ sebangun maka sisi-sisi yang bersesuaian sebanding, yaitu:

$$\begin{aligned} \frac{ED}{BC} &= \frac{AD}{AB} \Leftrightarrow \frac{1,5}{BC} = \frac{2}{40} \\ \Leftrightarrow BC &= \frac{40 \times 1,5}{2} \\ &= 30 \text{ m} \end{aligned}$$

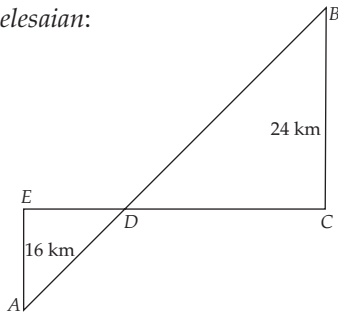
Jadi, tinggi pohon adalah 30 m.

2. Perhatikan gambar berikut.



Dari pelabuhan A, sebuah kapal bergerak ke utara sejauh 16 km, kemudian ke timur sejauh 30 km. Jika kapal tersebut bergerak lagi ke utara 24 km dan sampai di pelabuhan B, hitunglah jarak terdekat antara pelabuhan A dan B.

Penyelesaian:



Misal

AE = jarak tempuh kapal dari pelabuhan A ke utara

EC = jarak tempuh kapal ke timur

CB = jarak tempuh kapal bergerak lagi ke utara dan sampai di pelabuhan B

Dapat dikatakan $AE = 16$ km, $EC = 30$ km, dan $CB = 24$ km.

Pada $\triangle ADE$ dan $\triangle BCD$ diperoleh

$\angle ADE = \angle BDC$ (saling bertolak belakang)

$\angle AED = \angle BCD = 90^\circ$

sehingga sudut yang lainnya juga sama, yaitu $\angle A = \angle B$.

Dengan demikian, $\triangle ADE$ dan $\triangle BCD$ sebangun maka

$$\frac{AE}{BC} = \frac{DE}{CD} \text{ dan } CE = CD + DE = 30$$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{24} = \frac{DE}{30 - DE}$$

$$\Leftrightarrow 24 DE = 16 (30 - DE)$$

$$\Leftrightarrow 24 DE = 480 - 16 DE$$

$$\Leftrightarrow 40 DE = 480$$

$$DE = \frac{480}{40} = 12 \text{ km}$$

$DE = 12$ km dan $CD = 30 - DE$ maka

$$CD = 30 - 12 = 18 \text{ km}$$

Karena $\triangle ADE$ siku-siku di E maka diperoleh:

$$(AD)^2 = (AE)^2 + (DE)^2$$

$$(AD)^2 = 16^2 + 12^2 = 400$$

$$AD = \sqrt{400} = 20 \text{ km}$$

Karena $\triangle ADE$ dan $\triangle BCD$ sebangun maka

$$\frac{AE}{BC} = \frac{AD}{BD}$$

$$\Leftrightarrow \frac{16}{24} = \frac{20}{BD}$$

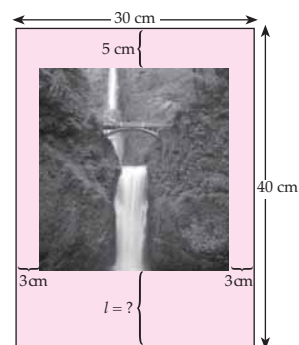
$$\Leftrightarrow BD = \frac{20 \times 24}{16} = 30 \text{ km}$$

Jadi, jarak terdekat antara pelabuhan A dan B adalah:

$$AB = AD + BD = 20 + 30 = 50 \text{ km.}$$

3. Sebuah foto diletakkan pada selembar karton berukuran $30 \text{ cm} \times 40 \text{ cm}$. Di sebelah kanan dan kiri karton itu masih terdapat karton selebar 3 cm . Di sebelah atas foto terdapat karton selebar 5 cm . Jika foto dan karton sebangun, tentukan panjang karton di sebelah bawah foto yang tidak tertutup foto.

Penyelesaian:



Misalkan l = panjang karton di sebelah bawah foto yang tidak tertutup foto

panjang karton = 40 cm

lebar karton = 30 cm

lebar foto = $30 - (3 + 3) = 24 \text{ cm}$

panjang foto = $x \text{ cm}$

karena foto dan karton sebangun maka sisi-sisinya bersesuaian sebanding, yaitu

$$\Leftrightarrow \frac{x}{\text{panjang karton}} = \frac{\text{lebar foto}}{\text{lebar karton}}$$

$$\Leftrightarrow \frac{x}{40} = \frac{24}{30}$$

$$\Leftrightarrow 30x = 40 \times 24$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{960}{30}$$

$$\Leftrightarrow x = 32 \text{ cm}$$

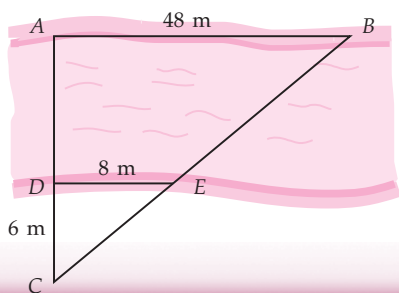
Jadi, panjang karton di sebelah bawah foto yang tidak tertutup foto adalah:

$$l = 40 - (32 + 5)$$

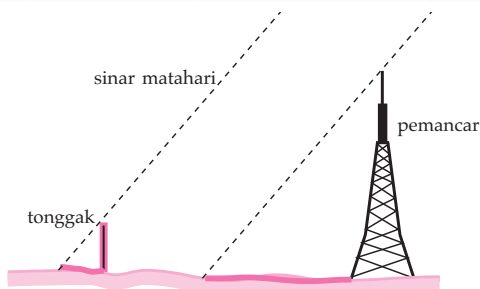
$$= 40 - 37 = 3 \text{ cm}$$

Soal-Soal Kontekstual

- Sebatang pohon dengan tinggi 8 m terletak di depan sebuah menara yang berjarak 60 m. Bayangan puncak menara dan pohon berimpit. Jika bayangan pohon 10 m, berapakah tinggi menara?
- Dari pelabuhan A, kapal bergerak ke selatan sejauh 10 km, kemudian ke timur sejauh 9 km. Jika kapal tersebut bergerak lagi ke selatan sejauh 5 km dan sampai di pelabuhan B, hitunglah jarak terdekat antara pelabuhan A dan B.
- Sebuah taman berbentuk persegi panjang berukuran 30×40 m. Di dalam taman terdapat kolam berbentuk persegi panjang berukuran $13 \text{ m} \times 18 \text{ m}$ dan di sekeliling kolam terdapat jalan selebar 1 m. Jelaskan apakah:
 - taman dan kolam itu sebangun;
 - taman dan tepi jalan itu sebangun.
- Seorang peneliti akan mengukur lebar sungai. Dia mengambil garis lurus AB di tepi sungai sepanjang 48 m. Kemudian peneliti berdiri di titik C tegak lurus AB yang berjarak 6 m dari D, dan $DE = 8$ m. Cobalah kalian bantu peneliti itu untuk mengukur lebar sungai tersebut.



- Perhatikanlah gambar di bawah ini.



Bayangan sebuah tonggak kayu yang tingginya 1,8 m adalah 1 m. Pada saat yang sama bayangan sebuah pemancar radio adalah 25 m. Bagaimana cara mengukur tinggi pemancar?

- Seorang anak kecil ingin mengukur jari-jari matahari. Ia membuat lubang pada kertas yang berjarak 60 cm di atas tanah. Jika diameter bayangan lubang kertas pada tanah adalah 2,8 mm dan jarak bumi-matahari adalah 150 juta km, tentukan jari-jari matahari.

(Untuk mempermudah perhitungan gunakan kalkulator)

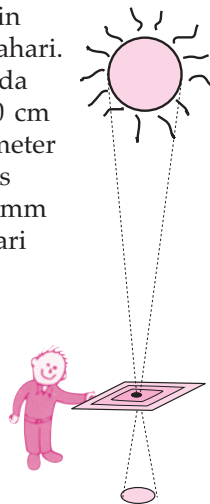
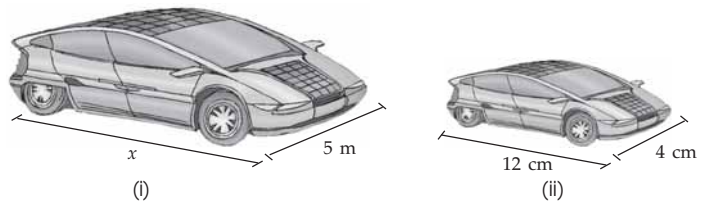


Foto atau Model Berskala (*Materi Pengayaan*)

Sebuah foto atau model berskala mempunyai bentuk yang sama dengan bentuk aslinya atau bentuk sebenarnya. Ukuran-ukuran foto atau model berskala tersebut *diperbesar* atau *diperkecil* terhadap ukuran sebenarnya dengan *perbandingan yang sama*.

Jadi, bagian-bagian yang bersesuaian pada foto atau model berskala dengan bangun aslinya memiliki *perbandingan yang sama*. Pada keadaan demikian, foto atau model berskala dikatakan sebangun dengan bangun aslinya. Hal ini karena dua bangun dikatakan *sebangun* jika memiliki bentuk yang sama walaupun ukuran dua bangun itu berbeda.

Untuk lebih jelasnya, perhatikan Gambar 1.14 berikut ini.



Gambar 1.14

Gambar 1.14(ii) merupakan *model* dari Gambar 1.14(i) sehingga bagian-bagian yang bersesuaian sebanding. Bagian-bagian yang bersesuaian itu adalah *panjang model dengan panjang sebenarnya, tinggi model dengan tinggi sebenarnya, dan lebar pada model dengan lebar sebenarnya*. Karena sisi-sisi yang bersesuaian sebanding maka dapat ditulis

$$\frac{\text{panjang pada model}}{\text{panjang sebenarnya}} = \frac{\text{tinggi pada model}}{\text{tinggi sebenarnya}} = \frac{\text{lebar pada model}}{\text{lebar sebenarnya}}$$

Dengan menggunakan perbandingan di atas, maka dapat dihitung panjang mobil sebenarnya pada Gambar 1.14 yaitu:

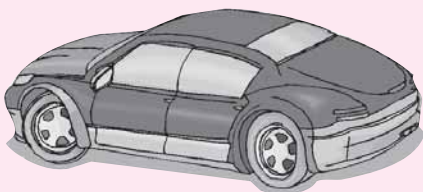
$$\frac{\text{panjang pada model}}{\text{panjang mobil sebenarnya}} = \frac{\text{lebar pada model}}{\text{lebar mobil sebenarnya}}$$

$$\frac{12}{\text{panjang mobil sebenarnya}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{Jadi, panjang mobil sebenarnya} = \frac{12 \times 5}{4} = 15 \text{ m}$$

LATIHAN 7

1.



Sebuah mobil dengan ukuran tinggi = 0,6 m, panjang 4,8 m dan lebar = 1,8 m. Jika mobil tersebut dibuat modelnya dengan ukuran lebar 12 cm. Hitunglah ukuran model mobil tersebut.

- Sebuah rumah dibuat modelnya dengan ukuran panjang 24 cm, lebar = 18 cm, dan tinggi = 12 cm. Jika lebar rumah sebenarnya 9 m, tentukanlah panjang dan tinggi sebenarnya.
- Sebuah kulkas dengan panjang 1 m, lebar 0,5 m, dan tinggi 2 m akan dibuat modelnya. Jika ukuran panjang pada model adalah 20 m, hitunglah:
 - luas seluruh sisi model kulkas;
 - volume model kulkas.

RANGKUMAN

1. Dua bangun datar dikatakan kongruen jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.
2. Dua bangun datar dikatakan sebangun jika sudut-sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.
3. Syarat dua segitiga kongruen adalah sebagai berikut.
 - a. Ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang (si, si, si).
 - b. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi yang diapit sama panjang (su, si, su).
 - c. Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan sudut yang diapit sama besar (si, su, si).
 - d. Dua sudut yang bersesuaian sama besar dan satu sisi yang bersesuaian sama panjang (su, su, si).
 - e. Dua sisi yang bersesuaian sama panjang dan satu sudut yang bersesuaian sama besar (si, si, su).
4. Jika dua segitiga kongruen maka keliling dan luas kedua segitiga sama.
5. Syarat dua segitiga sebangun adalah sebagai berikut.
 - a. Dua sudut yang bersesuaian sama besar.
 - b. Ketiga sisi yang bersesuaian sebanding.
6. Syarat dua segitiga kongruen adalah sebagai berikut.
 - a. Dua sudut yang bersesuaian sama besar
 - b. Ketiga sisi yang bersesuaian sama panjang.

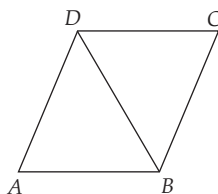
Uji Kompetensi Bab 1

A Pilihan ganda

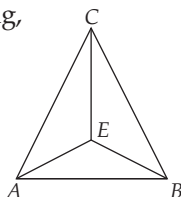
Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

1. Dua buah segitiga sama kaki adalah sebangun jika
 - a. sudut puncaknya sama
 - b. panjang kaki-kakinya sama
 - c. garis tinggi pada alasnya sama
 - d. alas dan sudut puncaknya sama

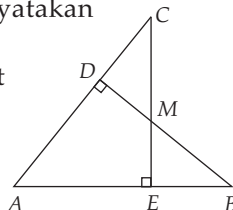
2. Pada gambar di samping, $\angle A = \angle C$, $AD = BC$. $\triangle ABD$ kongruen $\triangle CDB$ menurut
 - a. sisi, sudut, sisi
 - b. sisi, sudut, sudut
 - c. sisi, sisi, sudut
 - d. sisi, sisi, sisi



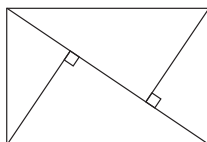
3. Pada gambar di samping, $AC = BC$ dan $AE = BE$. $\triangle ACE$ kongruen $\triangle BCE$ menurut aturan
 - a. sisi, sudut, sisi
 - b. sisi, sisi, sisi
 - c. sisi, sisi, sudut
 - d. sisi, sudut, sudut



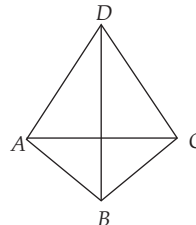
4. Perhatikan gambar berikut. $AD = AE$, $\triangle DMC$ dan $\triangle EMB$ adalah kongruen, $\triangle ACE$ dan $\triangle ABD$ adalah kongruen, hal tersebut dapat dinyatakan dengan aturan
 - a. sisi, sudut, sudut
 - b. sisi, sudut, sisi
 - c. sudut, sisi, sudut
 - d. sisi, sudut, sisi



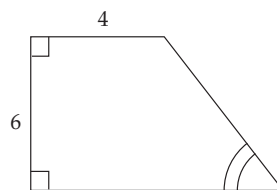
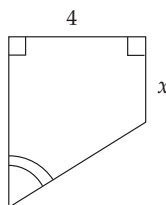
5. Pada gambar di bawah, banyaknya segitiga yang kongruen adalah
 - a. 2
 - b. 3
 - c. 4
 - d. 5



6. ABCD adalah layang-layang dengan BD dan AC adalah diagonal-diagonalnya. Banyaknya segitiga yang kongruen
 - a. 2
 - b. 3
 - c. 4
 - d. 5



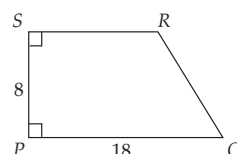
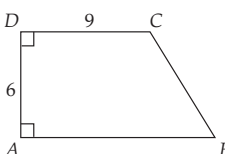
7.



Jika kedua bangun di atas sebangun, maka nilai x adalah

- a. $\frac{3}{2}$
- b. 2
- c. $\frac{8}{3}$
- d. 3

8.



Kedua bangun di atas sebangun. Panjang RQ adalah

- a. 8
- b. 10
- c. 12
- d. 16

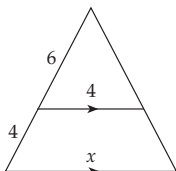
9. Dua bidang datar di bawah ini yang pasti sebangun adalah
 - a. layang-layang
 - b. segitiga sama kaki
 - c. belah ketupat
 - d. segitiga siku-siku sama kaki

10. Sebuah foto ditempatkan pada sebuah karton yang berukuran 40×28 cm. Di sebelah atas, kiri, dan kanan tadi masih terdapat sisa karton yang lebarnya 5 cm. Jika foto sebangun dengan karton, lebar sisa karton yang terdapat di bagian bawah adalah ... cm.

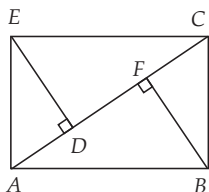
a. 2 c. 4
b. 3 d. 5

11. Nilai x dari gambar di bawah ini adalah

a. $\frac{10}{3}$
b. $\frac{20}{6}$
c. $\frac{20}{3}$
d. $\frac{40}{3}$



12. Pada gambar di bawah, $ABCD$ adalah persegi panjang dengan $DE \perp AC$ dan $BF \perp AC$. Jika $AB = 8$ cm, $BC = 6$ cm maka panjang AF adalah



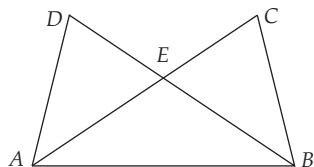
a. 6,4 cm c. 2,8 cm
b. 3,6 cm d. 7,2 cm

13. Jika $ABCD$ adalah persegi dengan panjang sisi a cm dan BE adalah garis bagi $\angle ABD$ maka panjang AE adalah

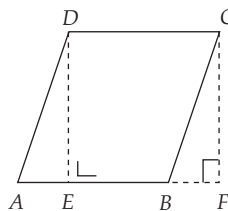
a. $a(\sqrt{2} - 1)$ c. $a(\sqrt{3} - 1)$
b. $2(\sqrt{a} - a)$ d. $3(\sqrt{a} - a)$

14. Pada gambar di bawah ini, jika $AE = BE$, $\angle EAB = \angle EBA$ maka pernyataan yang benar adalah

a. $AE = AD$
b. $AD = BC$
c. $AE = BC$
d. $AB = BC$



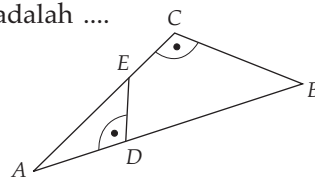
15. $ABCD$ adalah jajargenjang. Jika luas $EFCD$ adalah 20 cm^2 , maka luas $ABCD$ adalah



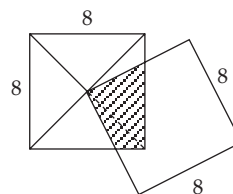
a. 20 cm^2 c. 40 cm^2
b. 30 cm^2 d. 60 cm^2

16. Pada gambar di bawah, $\angle ADE = \angle ACB$, $AE = 6$ cm, $AD = 4$ cm, dan $EC = 4$ cm. Panjang BD adalah

a. 8 cm
b. 11 cm
c. 15 cm
d. 16 cm



17. Perhatikan gambar di bawah ini.



Jika kedua persegi tersebut kongruen dengan panjang rusuk 8 cm, luas daerah yang diarsir adalah

a. 64 c. 16
b. 32 d. 8

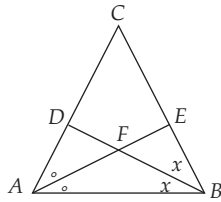
18. Dua segitiga dikatakan kongruen jika:

- (i) ketiga sisinya sama panjang
(ii) ketiga sudutnya sama besar
(iii) dua sisi sama panjang dan sudut diapitnya sama besar
(iv) satu sisi sama panjang dan dua sudut pada sisi itu sama besar

Pernyataan di atas yang benar adalah

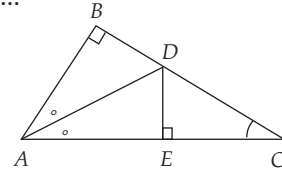
a. (i), (ii), dan (iii)
b. (i), (ii), dan (iv)
c. (i), (iii), dan (iv)
d. semua benar

19. $\triangle ABC$ adalah segitiga sama kaki di mana AE dan BD adalah garis bagi. Banyaknya pasang segitiga yang kongruen adalah



- a. 1
b. 2
c. 3
d. 4

20. $\triangle ABC$ siku-siku di B dan AD adalah garis bagi $\angle A$. Jika $AB = BC = 10$ cm, setiap pernyataan berikut ini salah, kecuali

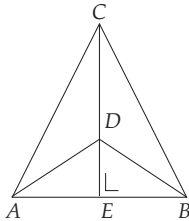


- a. $BD = BC = 5$ cm
b. $AE = AB = 10$ cm
c. $EC = 10$ cm
d. $DC = 10$ cm

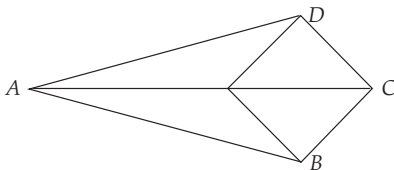
B Esai

Selesaikanlah soal-soal di bawah ini.

1. $\triangle ABC$ adalah segitiga sama kaki dengan $AC = BC$, $\angle ACB = 40^\circ$, dan $\angle CDA = 120^\circ$. Jika $\angle CAE = 70^\circ$, tentukanlah nilai $\angle ABD$.

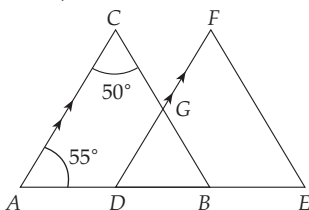


2. Perhatikan gambar di bawah ini.

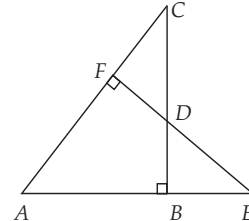


$\triangle ABC$ dan $\triangle ACD$ adalah kongruen dengan $AC = 3CD$. Jika $CD = 2$ cm, hitunglah panjang AB .

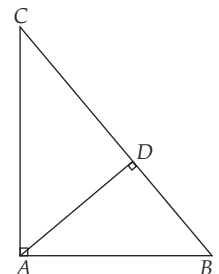
3. Dua segitiga ABC dan PQR dengan sisi $AB = PQ$, $BC = QR$, dan $\angle B = \angle Q = 35^\circ$. Jika $\angle C = 65^\circ$, berapakah besar $\angle P$?
4. Perhatikan gambar di bawah. $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ kongruen. Jika $\angle C = 50^\circ$ dan $\angle A = 55^\circ$, tentukanlah besar $\angle FGB$.



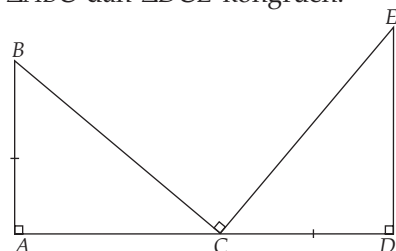
5. $\triangle ABC$ dan $\triangle AFE$ di bawah ini kongruen. Jika $AB = 6$ cm dan $BE = 4$ cm, tentukanlah panjang $CD + DB$.



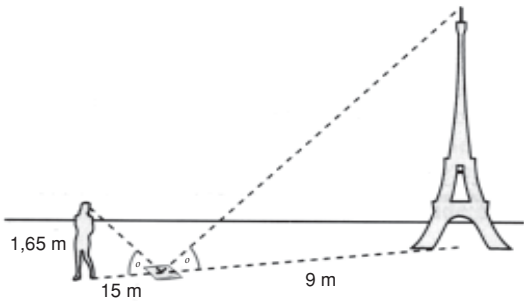
6. Pada gambar di samping diketahui luas $\triangle ABD = 600 \text{ m}^2$ dan $BD = 30$ cm. Hitunglah:
- a. AD
b. CD
c. AC



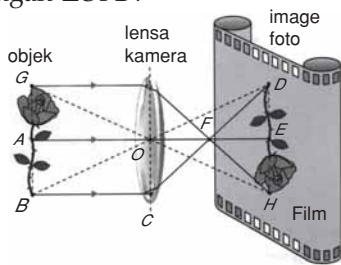
7. Pada gambar di bawah ini $\angle BAC = \angle BCE = \angle CDE = 90^\circ$. Jika $AB = CD$ dan ACD garis lurus maka buktikan bahwa
- a. $\angle ABC = \angle DCE$
b. $\triangle ABC$ dan $\triangle DCE$ kongruen.



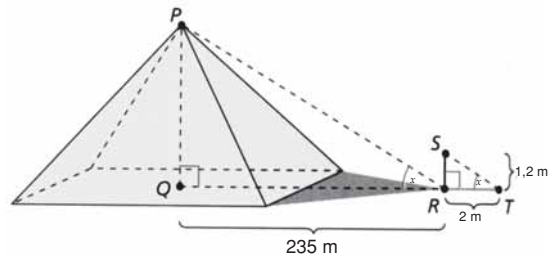
8. Seseorang melihat menara Eiffel melalui sebuah cermin, seperti tampak pada gambar di bawah ini. Tentukanlah tinggi orang tersebut.



9. Buktikanlah bahwa $\triangle BCD$ sebangun dengan $\triangle OFD$.

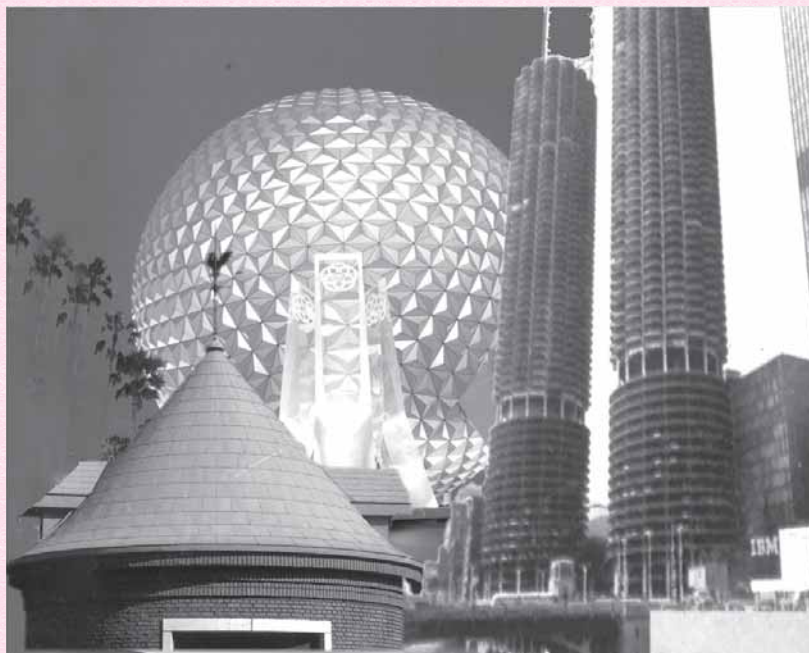


10. Seseorang sedang mengukur tinggi piramida dengan menggunakan tongkat seperti terlihat pada gambar di bawah ini. Tentukanlah tinggi piramida tersebut.



BAB 2

Bangun Ruang Sisi Lengkung



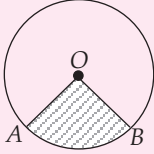
Sumber: Matematika dan Komputer: PT Tira Pustaka

Tujuan Pembelajaran

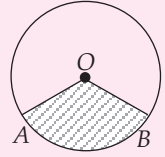
- Menyebutkan unsur-unsur tabung, kerucut, dan bola
- Menemukan rumus luas selimut dan volume tabung, kerucut, dan bola serta dapat menggunakannya dalam soal
- Menyelesaikan masalah yang berkaitan dengan tabung, kerucut, dan bola.

Masih ingatkah kalian dengan luas lingkaran? Apakah kalian dapat menentukan panjang suatu busur pada lingkaran? Materi-materi itu akan digunakan pada bab ini. Pada bab ini akan dibahas mengenai bangun ruang sisi lengkung seperti tabung, kerucut, dan bola. Dapatkah kalian menyebutkan nama bentuk dari bangunan-bangunan di atas? Selanjutnya, bagaimanakah cara menentukan luas selimut dan volume bangunan-bangunan tersebut? Melalui bab ini kalian akan mengetahuinya. Kalian juga akan mengetahui unsur-unsur bangun ruang sisi lengkung dari bangunan-bangunan itu.

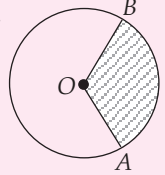
1. Tentukan luas lingkaran dengan:
 - a. jari-jari 14 cm,
 - b. diameter 20 cm.
2. Apakah nama bentuk daerah yang diarsir?



3. Pada gambar $\angle AOB = 90^\circ$ dan panjang $OB = 14$ cm. Hitunglah luas daerah yang diarsir.



4. Pada gambar $\angle AOB = 120^\circ$. Panjang $OA = 21$ cm. Hitunglah panjang busur AB .



Luas Selimut dan Volume Tabung, Kerucut, dan Bola

Di SD kalian telah mempelajari bangun ruang tabung dan kerucut. Masih ingatkah kalian unsur-unsur yang ada pada bangun ruang tersebut? Pada pembahasan berikut akan dibahas lebih mendalam lagi bangun ruang tersebut. Untuk lebih jelasnya, perhatikanlah pembahasan berikut.

1 Unsur-Unsur Tabung, Kerucut, dan Bola

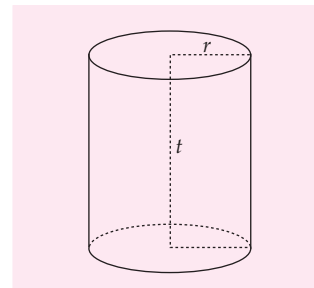
a. Tabung

Bangun ruang yang kalian lihat pada Gambar 2.1 adalah *tabung*. Bangun ruang tersebut dibatasi oleh sebuah sisi lengkung dan dua sisi berbentuk lingkaran yang kongruen. Dua sisi yang kongruen itu merupakan sisi atas dan sisi alas (bidang alas). Dengan demikian tabung mempunyai 2 sisi datar (alas dan atas), 1 sisi lengkung, dan 2 rusuk lengkung; tetapi tidak mempunyai diagonal sisi maupun diagonal ruang.

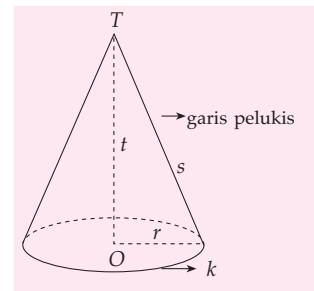
Pada Gambar 2.1 sisi tabung yang berbentuk sisi lengkung disebut *selimut tabung*. Jarak antara sisi alas dan sisi atas disebut *tinggi tabung* (t) dan jari-jari sisi alas merupakan *jari-jari tabung* (r).

b. Kerucut

Bangun ruang yang terlihat pada Gambar 2.2 adalah *kerucut*. Bangun ruang tersebut dibatasi oleh sisi lengkung dan sisi alas yang berbentuk lingkaran. Pada kerucut, sisi tegaknya berbentuk selubung dan rusuknya berbentuk garis lengkung. Kerucut mempunyai satu sisi lengkung, satu sisi alas, dan satu rusuk lengkung.



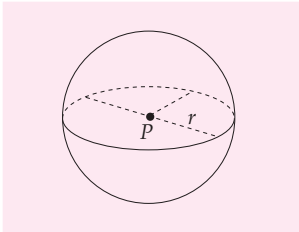
Gambar 2.1 Tabung



Gambar 2.2 Kerucut

Pada Gambar 2.2, *garis pelukis* (s) merupakan garis lurus yang dapat dibuat dari titik puncak T ke rusuk lengkung (k). Jarak titik puncak T ke bidang alas disebut tinggi kerucut (t). Jika titik puncak T diproyeksikan terhadap alas dan berimpit dengan titik pusat alas, maka kerucut itu disebut *kerucut tegak*.

c. Bola



Gambar 2.3 Bola dengan pusat P dan jari-jari R

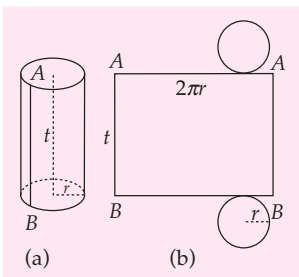
Bangun ruang pada Gambar 2.3 adalah *Bola*. Bangun ruang tersebut hanya dibatasi oleh satu bidang lengkung dan jarak bidang lengkung terhadap suatu titik tertentu selalu sama. Titik tertentu pada bola disebut *pusat bola*. Jarak antara pusat bola dengan bidang lengkung disebut *jari-jari*. Tali busur yang melalui pusat bola disebut *diameter*. Gambar 2.3 menunjukkan bola dengan pusat P , jari-jari r , dan diameter d .

Hubungan antara jari-jari r dan diameter d adalah sebagai berikut.

$$d = 2 r$$

Setelah kalian menyimak penjelasan dari unsur-unsur tabung, kerucut, dan bola, *dapatkah kalian menuliskan dengan kata-katamu sendiri pengertian dari bangun tabung, kerucut, dan bola. Bandingkanlah dengan teman yang lain.*

2 Jaring-Jaring Tabung, Luas Selimut, dan Luas Permukaan Tabung



Gambar 2.4

- (a) Tabung dan
(b) jaring-jaring tabung

Gambar 2.4(a) menunjukkan sebuah tabung dengan panjang jari-jari alas r dan tinggi t . Tabung tersebut dipotong menurut rusuk lengkung atas, rusuk lengkung bawah, dan garis AB . Kemudian, direbahkan sehingga menjadi bidang datar seperti pada Gambar 2.4(b).

Gambar 2.4(b) tersebut dinamakan jaring-jaring tabung dari Gambar 2.4(a). Jaring-jaring tabung terdiri atas sisi tegak (sisi selimut) yang berbentuk persegi panjang serta sisi atas dan sisi alas yang berbentuk dua lingkaran yang kongruen.

Dari Gambar 2.4(b) juga dapat diamati bahwa jaring-jaring selimut (sisi lengkung) tabung berbentuk persegi panjang dengan ukuran sebagai berikut.

Panjang selimut = keliling lingkaran alas tabung

Lebar selimut tabung = tinggi tabung

Berdasarkan uraian di atas, luas selimut dapat ditentukan dengan cara berikut.

Luas selimut tabung = keliling alas \times tinggi

$$= 2\pi r \times t$$

$$= 2\pi r t$$

Setelah itu, kita juga dapat menentukan pula rumus luas seluruh permukaan tabung, yaitu sebagai berikut.

Luas permukaan tabung = luas sisi alas + luas sisi atas + luas selimut tabung

$$= \pi r^2 + \pi r^2 + 2\pi r t$$

$$= 2\pi r^2 + 2\pi r t$$

$$= 2\pi r (r + t)$$

Contoh SOAL

1. Sebuah tabung memiliki tinggi 13 cm dan jari-jari alas 7 cm. Hitunglah luas permukaan tabung. (Gunakan: $\pi = \frac{22}{7}$).

Penyelesaian:

$$L = 2\pi r (r + t)$$

$$= 2 \left(\frac{22}{7} \right) (7) (7 + 13)$$

$$= 44 (20)$$

$$= 880 \text{ cm}^2$$

Jadi, luas permukaan tabung adalah 880 cm^2 .

2. Sebuah tabung tanpa tutup, tingginya tiga kali jari-jari dan luas permukaannya 1.408 cm^2 . Hitunglah diameternya.

Penyelesaian:

Misalkan jari-jari = r , tinggi = $3r$, dan

$$L = \pi r^2 + 2\pi r t$$

$$1.408 = \pi r (r + 2t)$$

$$1.408 = \left(\frac{22}{7} \right) r (r + 2(3r))$$

$$1.408 = \frac{22}{7} r (7r)$$

$$1.408 = 22r^2$$

$$r^2 = \frac{1.408}{22}$$

$$r^2 = 64$$

$$r = \sqrt{64}$$

$$r = 8 \text{ cm}$$

Karena $r = 8 \text{ cm}$, maka $d = 16 \text{ cm}$.

Jadi, diameter tabung adalah 16 cm.

3. Sebuah tempat air berbentuk tabung permukaan bagian dalamnya akan dicat. Setiap kaleng cat dapat menutup permukaan seluas 2.050 cm^2 . Hitunglah berapa kaleng cat yang dibutuhkan jika diameter tabung 70 cm dan tinggi 85 cm.

Penyelesaian:

Luas permukaan tempat air

= luas sisi alas + luas selimut tabung

$$= \pi r^2 + 2\pi r t$$

$$= \pi r (r + 2t)$$

$$= \frac{22}{7} \times 35 \text{ cm} (35 \text{ cm} + 170 \text{ cm})$$

$$= 110 \text{ cm} \times 205 \text{ cm}$$

$$= 22.550 \text{ cm}^2.$$

Banyak cat yang dibutuhkan

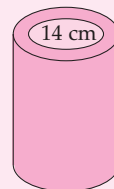
$$= \frac{22.550 \text{ cm}^2}{2.050 \text{ cm}^2} \times 1 \text{ kaleng cat}$$

$$= 11 \text{ kaleng cat}$$

Jadi, kaleng cat yang dibutuhkan adalah 11 kaleng cat.

LATIHAN 1

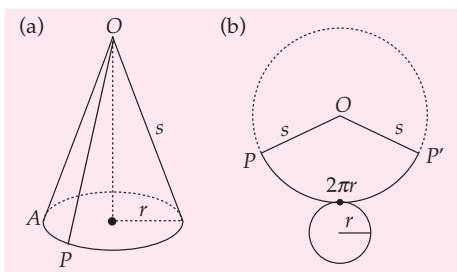
- Hitunglah luas selimut tabung jika diketahui:
 - jari-jari = 14 cm dan tinggi = 10 cm
 - diameter = 21 cm dan tinggi = 12 cm
 - jari-jari = tinggi = 7 cm
 - jari-jari = 2 kali tinggi dan tinggi = 10 cm
 - diameter = tinggi = 35 cm
 - jari-jari = 4 kali tinggi dan tinggi = 56 cm
- Sebuah tabung luas permukaannya $150\pi \text{ cm}^2$. Jika tingginya 10 cm, hitunglah diameternya.
- Sebuah tabung tanpa tutup luas sisinya 200 cm^2 . Jika tingginya 5 cm, hitunglah diameternya.
- Diameter lingkaran dalam pada sebuah pipa 14 cm. Jika tebal pipa 4 cm dan tinggi 20 cm, hitunglah luas permukaannya.
- Sebuah tabung luas permukaannya $600\pi \text{ cm}^2$. Jika diameternya sama dengan tingginya, hitunglah jari-jarinya.
- Sebuah tabung luas permukaannya 924 cm^2 . Jika tingginya sama dengan 3 kali jari-jari, hitunglah diameternya.
- Sebuah tabung mempunyai luas permukaan $768\pi^2 \text{ cm}^2$. Jika jari-jari tabung sama dengan 2 kali tingginya, tentukanlah jari-jari alas tabung.



Tugas Siswa

Jawablah pertanyaan berikut bersama teman kelompokmu. Suatu tabung tanpa tutup berdiameter 28 cm dan tinggi 2 m. Berapa kaleng cat yang dibutuhkan untuk mengecat tabung itu, jika 1 kaleng cat dapat menutup bidang seluas 4.554 cm^2 ?

3 Jaring-Jaring Kerucut, Luas Selimut, dan Luas Permukaan Kerucut



Gambar 2.5 (a) Kerucut tegak dengan jari-jari r , dan (b) Jaring-jaring kerucut



Gambar 2.6 Nasi tumpeng berbentuk kerucut.

Sumber: Children's Encyclopedia

Gambar 2.5(a) menunjukkan sebuah kerucut dengan panjang jari-jari alas r dan tinggi t . Tabung tersebut dipotong menurut rusuk lengkung bawah dan garis pelukis OP . Kemudian direbahkan, ternyata menjadi bidang lingkaran dan juring seperti pada Gambar 2.5(b).

Gambar 2.5(b) tersebut dinamakan jaring-jaring kerucut dari Gambar 2.5(a). Dari Gambar 2.5(b) dapat diamati bahwa jaring-jaring selimut kerucut berbentuk juring dengan ukuran sebagai berikut.

Panjang jari-jari = panjang garis pelukis = s

Panjang busur = keliling lingkaran alas = $2\pi r$

Berdasarkan uraian di atas, luas selimut dan luas permukaan kerucut dapat ditentukan dengan cara berikut.

$$\frac{\text{Luas } POP'}{\text{Luas Lingkaran}} = \frac{\text{Panjang busur } PP'}{\text{Keliling Lingkaran}}$$

$$\frac{\text{Luas selimut}}{\pi s^2} = \frac{2\pi r}{2\pi s}$$

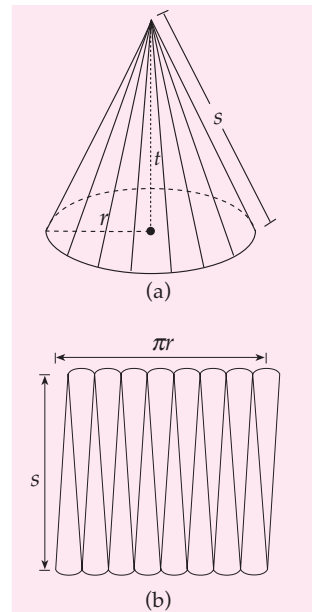
$$\begin{aligned}\text{luas selimut} &= \frac{r}{s} \times \pi s^2 \\ &= \pi r s\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kerucut} &= \text{luas selimut} + \text{luas alas} \\ &= \pi r s + \pi r^2 \\ &= \pi r(s + r)\end{aligned}$$

Untuk menentukan luas selimut kerucut, ada cara lain yang dapat kalian lakukan sendiri atau berkelompok dengan menggunakan sebuah karton. Buatlah sebuah bangun kerucut dari karton tadi. Potonglah selimut kerucut itu menjadi bagian-bagian yang sangat kecil sehingga potongan-potongan itu hampir menyerupai persegi panjang (lihat Gambar 2.7). Dari kegiatan tersebut, *dapatkah kalian menemukan rumus menghitung selimut kerucut?*

Pada Gambar 2.7(a), s adalah garis pelukis, yaitu garis lurus yang dapat dibuat pada selubung atau selimut kerucut. Hubungan garis pelukis (s), jari-jari (r), dan tinggi (t) adalah:

$$s^2 = t^2 + r^2$$



Gambar 2.7

- (a) Kerucut dengan garis pelukis s dan
(b) potongan selimut kerucut

Contoh SOAL

1. Sebuah kerucut garis pelukisnya 50 cm dan diameter alasnya 28 cm. Hitunglah luas permukaan kerucut.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}L &= \pi r(r + s) \\ &= \frac{22}{7} (14) (14 + 50) \\ &= 44 (64) \\ &= 2.816 \text{ cm}^2\end{aligned}$$

2. Sebuah kerucut tingginya $\frac{4}{3}$ jari-jarinya. Jika garis pelukis panjangnya 15 cm, hitunglah luas permukaan kerucut.

Penyelesaian:

Hubungan garis pelukis (s), tinggi (t), dan jari-jari (r)

$$s^2 = t^2 + r^2$$

$$15^2 = \left(\frac{4}{3}r\right)^2 + r^2$$

$$225 = \frac{16}{9}r^2 + r^2$$

$$225 = \frac{25}{9}r^2$$

$$r^2 = \frac{225}{25}(9)$$

$$r^2 = 81 \text{ cm}^2$$

$$r = \sqrt{81}$$

$$r = 9 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kerucut} &= \pi r (r + s) \\ &= \pi (9) (9 + 15) \\ &= 216\pi \text{ cm}^2\end{aligned}$$

Jadi, luas permukaan kerucut adalah $216\pi \text{ cm}^2$.

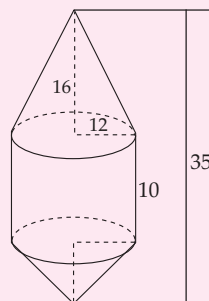
LATIHAN 2

- Hitunglah luas permukaan kerucut jika:
 - jari-jari alas 21 cm dan tinggi 14 cm
 - diameter 10,5 cm dan tinggi 15 cm
 - jari-jari dan tinggi sama, yaitu 14 cm
 - diameter = tinggi = 21 cm
 - tinggi = 2 cm dan diameter = 14 cm
- Sebuah kerucut jari-jarinya 9 cm dan garis pelukisnya 15 cm. Hitunglah luas permukaan kerucut.
- Sebuah kerucut berjari-jari 40 cm dan tinggi 9 cm. Hitunglah luas permukaan kerucut.
- Sebuah kubus mempunyai panjang rusuk 4 cm. Jika kerucut dimasukkan ke dalam kubus dengan diameter alas dan tinggi kerucut sama dengan rusuk kubus, hitunglah luas permukaannya.
- Diketahui dua kerucut A dan B. Jika jari-jari alas kerucut A sama dengan $2 \times$ jari-

jari kerucut B dan tinggi kerucut B sama dengan $2 \times$ tinggi kerucut A, tentukanlah perbandingan luas permukaan kerucut A dan B.

- Sebuah kerucut dengan tinggi = $3 \times$ jari-jarinya, berada di dalam sebuah tabung. Alas kerucut berimpit pada alas tabung. Jika tinggi tabung dan kerucut sama yaitu t cm, tentukan perbandingan luas permukaan kerucut dan tabung.

- Hitung luas permukaan bangun ruang pada gambar di samping.



4 Luas Permukaan Bola

Untuk menentukan rumus luas permukaan bola, lakukanlah kegiatan berikut.

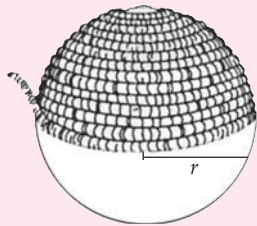


Gambar 2.8 Bola

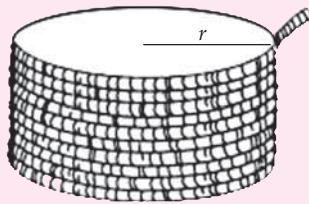
Tugas Siswa

- Sediakan tali tambang dan bola dengan jari-jari r serta lilin berbentuk tabung dengan jari-jari alas dan tinggi sama dengan jari-jari bola, yaitu r .
- Lilitkan tali tambang pada permukaan setengah bola, mulai dari puncaknya sampai seluruh permukaan setengah bola itu tertutupi semua seperti Gambar 2.9, kemudian potong tali tambang itu.

3. Gunakan tali yang dipakai untuk menutupi setengah permukaan bola itu untuk menutupi selimut tabung seperti Gambar 2.10. Apakah tali tambang itu tepat menutupi seluruh selimut tabung?



Gambar 2.9 Lilitan tali tambang menutupi permukaan setengah bola



Gambar 2.10 Lilitan tali tambang menutupi selimut tabung

Jika tali tambang yang dipakai untuk menutupi permukaan setengah bola, tepat menutup seluruh selimut tabung, apakah yang dapat kalian simpulkan dari kegiatan itu?

Dari hasil kegiatan di atas diperoleh hubungan bahwa untuk bola dengan jari-jari r dan tabung dengan jari-jari alas r dan tinggi tabung r , berlaku hubungan

$$\frac{1}{2} \times \text{luas permukaan bola} = \text{luas selimut tabung}$$

$$\frac{1}{2} \times \text{luas permukaan bola} = (2\pi r)t, \text{ dengan } t = r$$

$$\begin{aligned} \text{luas permukaan bola} &= 2(2\pi r)(r) \\ L &= 4\pi r^2 \end{aligned}$$

Jika bola mempunyai diameter d maka luas permukaan bola adalah sebagai berikut.

$$\begin{aligned} L &= 4\pi r^2 \\ &= (4\pi) \left(\frac{1}{2}d\right)^2 \\ &= (4\pi) \frac{1}{4}d^2 \\ &= \pi d^2 \end{aligned}$$

Luas permukaan bola ditulis $L = 4\pi r^2$ atau $L = \pi d^2$

Contoh SOAL

1. Hitunglah luas permukaan bola yang diameternya 8 cm.
2. Hitunglah jari-jari bola yang memiliki luas permukaan $64\pi \text{ cm}^2$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} L &= \pi d^2 \\ &= \pi (8)^2 \\ &= \pi (64) \\ &= 64\pi \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

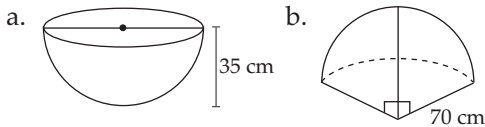
Jadi, luas permukaan bola adalah $64\pi \text{ cm}^2$.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} L &= 4\pi r^2 \\ 64\pi &= 4\pi r^2 \\ r^2 &= 16 \\ r &= \sqrt{16} = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

Jadi, jari-jari bola tersebut adalah 4 cm.

3. Hitunglah luas permukaan bola berikut.



Penyelesaian:

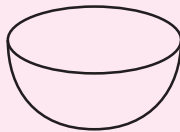
$$\begin{aligned} \text{a. Luas} &= \frac{1}{2} \times 4 \pi r^2 + \pi r^2 \\ &= 2\pi r^2 + \pi r^2 \\ &= 3\pi r^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &= 3 \times \frac{22}{7} \times 35 \times 35 \\ &= 11.550 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

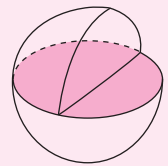
$$\begin{aligned} \text{b. Luas} &= \frac{1}{8} \times 4\pi r^2 + 3 \times \frac{1}{4} \pi r^2 \\ &= \frac{4}{8} \pi r^2 + \frac{3}{4} \pi r^2 \\ &= \frac{10}{8} \pi r^2 \\ &= \frac{10}{8} \times \frac{22}{7} \times 70 \times 70 = 19.250 \text{ cm}^2. \end{aligned}$$

LATIHAN 3

- Hitunglah luas permukaan bola jika:
 - diameternya 21 cm;
 - jari-jarinya 21 cm;
 - diameternya 10,5 cm;
 - jari-jarinya 1,75 cm.
- Sebuah bola luas permukaannya adalah $256\pi \text{ cm}^2$. Hitunglah diameter bola tersebut.
- Bola dengan luas permukaan 616 cm^2 . Hitunglah diameter bola.
- Hitunglah luas setengah bola padat di samping jika jari-jarinya 35 cm.
- Sebuah bola padat mempunyai luas permukaan $108\pi \text{ cm}^2$. Hitunglah jari-jari bola tersebut.



- Hitunglah luas permukaan gambar di samping ini jika jari-jarinya 7 cm.



- Sebuah benda berbentuk kerucut dengan belahan bola pada alasnya. Jika diameter alas kerucut sama dengan diameter bola = 14 cm dan tinggi kerucut 24 cm, hitunglah luas permukaan benda tersebut.
- Hitunglah perbandingan luas permukaan 3 buah bola yang berdiameter 5 cm, 10 cm, dan 15 cm.
- Suatu wadah berbentuk bola terbuat dari aluminium setebal 5 mm. Jika jari-jari permukaan luarnya adalah 50 cm, berapa cm^3 aluminium yang dibutuhkan untuk membuat wadah tersebut?

5 Volume Tabung, Kerucut, dan Bola

a. Volume Tabung

Untuk menentukan rumus volume tabung, lakukanlah kegiatan berikut.



KEGIATAN

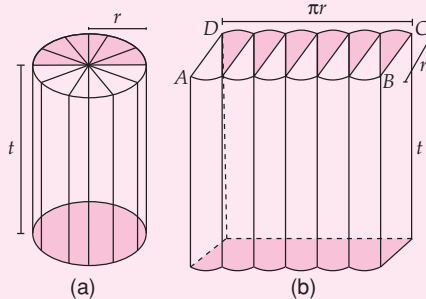
- Sediakan sebuah lilin yang berbentuk tabung dengan jari-jari alas dan tinggi tabung yaitu r dan t . Kemudian, potonglah lilin berbentuk tabung itu menjadi bangunan yang sama besar seperti ditunjukkan pada Gambar 2.12(a),

sehingga juring-juring yang terbentuk pada bidang atas tabung memiliki sudut pusat yang sama besar.

2. Susunlah juring-juring itu sehingga terbentuk bangun pada Gambar 2.12(b). Jika besar sudut pusat juring yang dipotong semakin kecil maka garis AB dan CD semakin mendekati garis lurus, sehingga bangun yang terbentuk pada Gambar 2.12(b) merupakan bangun balok.



Gambar 2.11 Lilin yang berbentuk tabung



Gambar 2.12 (a) Tabung dan (b) balok dari potongan tabung

Dari kegiatan di atas, *dapatkah kalian menentukan volume tabung?*

Dari hasil kegiatan di atas, diperoleh hubungan berikut.

$$\text{Volume tabung} = \text{Volume balok}$$

Sebagaimana yang telah kita ketahui dari Gambar 2.12(b) panjang balok = πr , lebar balok = r , dan tinggi balok = t sehingga

$$\begin{aligned} \text{Volume balok} &= p \times l \times t \\ &= \pi r \times r \times t \\ &= \pi r^2 t \end{aligned}$$

Dengan menggunakan hubungan antara volume tabung dan volume balok yang diperoleh dari kegiatan di atas, maka

$$\begin{aligned} \text{Volume tabung} &= \text{Volume balok} \\ &= \pi r^2 t \end{aligned}$$

karena $r = \frac{1}{2}d$, maka:

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 t \\ &= \pi \left(\frac{1}{2}d\right)^2 t = \frac{1}{4} \pi d^2 t \end{aligned}$$

sehingga volume tabung dapat ditulis sebagai berikut.

$$V = \pi r^2 t \quad \text{atau} \quad V = \frac{1}{4} \pi d^2 t$$

dengan V = volume tabung

r = jari-jari alas

d = diameter

t = tinggi

Contoh SOAL

1. Hitunglah volume tabung yang jari-jarinya 7 cm dan tingginya 20 cm. (Gunakan:

$$\pi = \frac{22}{7}).$$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} V &= \pi r^2 t \\ &= \frac{22}{7} (7)^2 (20) \text{ cm}^3 \\ &= 3.080 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

Jadi, volume tabung adalah 3.080 cm³.

2. Volume sebuah tabung 5.652 cm³. Jika tinggi tabung 8 cm, hitunglah jari-jarinya. (Gunakan: $\pi = 3,14$).

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \Leftrightarrow V &= \pi r^2 t \\ \Leftrightarrow 5.652 &= (3,14) (r^2) (8) \\ \Leftrightarrow r^2 &= \frac{5.652}{3,14 \times 8} \\ \Leftrightarrow r^2 &= 225 \text{ cm}^2 \\ \Leftrightarrow r &= 15 \text{ cm} \end{aligned}$$

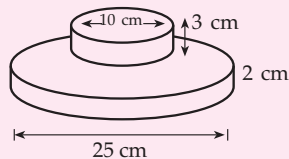
Jadi, jari-jari tabung adalah 15 cm.

LATIHAN 4

- Hitunglah volume tabung di bawah ini.
 - Jari-jari alas = 7 cm dan tinggi = 9 cm
 - Jari-jari alas = 8 cm dan tinggi = 10 cm
 - Diameter = 10 cm dan tinggi = 12 cm
- Hitunglah diameter tabung dari soal di bawah ini. (Gunakan: $\pi = \frac{22}{7}$).
 - Volume = 704 cm³ dan tinggi = 14 cm
 - Volume = 12.320 cm³ dan tinggi = 20 cm
- Sebuah terowongan digali dengan diameter 10 m dan panjang 147 m. Jika tanah hasil galian diangkut dengan truk yang kapasitasnya 75 m³, berapa banyak truk yang digunakan jika diangkut sekaligus.
- Tentukan tinggi tabung jika:
 - volume = 528 cm³ dan diameter = 4 cm
 - volume = 1.056 m³ dan diameter = 4 m

Tugas Siswa

Hitunglah volume dari bangun ruang di bawah ini.



b. Volume Kerucut

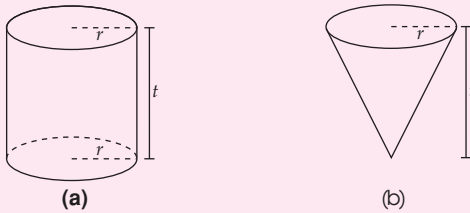
Untuk menentukan rumus volume kerucut, lakukanlah kegiatan berikut.



KEGIATAN

- Sediakanlah wadah berbentuk tabung dan kerucut dengan panjang jari-jari alas kerucut dan tabung sama, yaitu r dan tinggi kerucut sama dengan tinggi tabung, yaitu t seperti Gambar 2.13.

2. Isilah kerucut dengan air sampai penuh, kemudian tuangkan pada tabung. Berapa kali kalian harus menuang kerucut yang berisi air agar dapat mengisi tabung sampai penuh?



Gambar 2.13

(a) tabung dengan jari-jari r dan tinggi t

(b) kerucut dengan jari-jari r dan tinggi t

Dari hasil kegiatan di atas, *dapatkan kalian menentukan volume kerucut?*

Dari kegiatan di atas, diperoleh hubungan berikut.

$$3 \times \text{Volume kerucut} = \text{Volume tabung}$$

$$\begin{aligned} \text{Volume kerucut} &= \frac{1}{3} \times \text{Volume tabung} \\ &= \frac{1}{3} \times \pi r^2 t \end{aligned}$$

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

dengan $\pi = \frac{22}{7}$ atau 3,14

r = jari-jari alas

t = tinggi

Contoh SOAL

Sebuah kerucut memiliki panjang garis pelukis 41 cm dan jari-jari 9 cm. Hitunglah volumenya.

Penyelesaian:

Menentukan tinggi kerucut.

$$(TB)^2 = (OT)^2 + (OB)^2$$

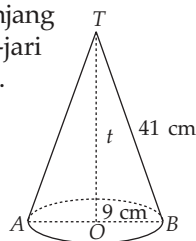
$$\Leftrightarrow 41^2 = (OT)^2 + 9^2$$

$$\Leftrightarrow 1.681 = (OT)^2 + 81$$

$$\Leftrightarrow 1.600 = (OT)^2$$

$$\Leftrightarrow OT = \sqrt{1.600}$$

$$\Leftrightarrow OT = 40 \text{ cm}$$



OT adalah tinggi kerucut, maka

$$\begin{aligned} V &= \frac{1}{3} \pi r^2 t \\ &= \frac{1}{3} (3,14) (9)^2 (40) \\ &= (3,14) (1.080) \\ &= 3.391,2 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

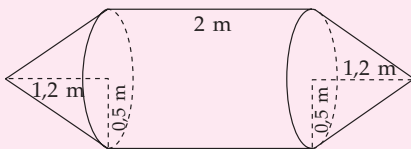
Jadi, volume kerucut adalah 3.391,2 cm³.

LATIHAN 5

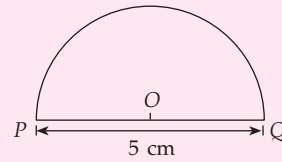
1. Dengan menggunakan rumus volume kerucut, isilah titik-titik pada tabel di bawah ini.

	Jari-jari	Tinggi	Volume
a.	10,5 cm	10 cm
b.	42 cm	21 cm
c.	14 cm	3.080 cm^3
d.	10 cm	462 cm^3

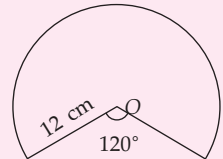
2. Hitunglah volume kerucut di bawah ini.



3. Sebuah gambar berbentuk setengah lingkaran akan dibuat kerucut. Jika diameter lingkaran 5 cm, tentukanlah volume kerucut yang terbentuk.



4. Perhatikan jaring-jaring kerucut yang berbentuk juring di samping. Jika jari-jari juring 12 cm, hitunglah volume kerucut yang terbentuk.



Tugas Siswa

Kerjakan soal berikut bersama temanmu.

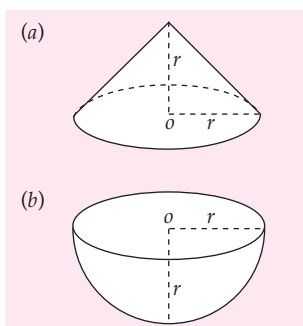
Sebuah tabung dengan tinggi t cm dan jari-jari r cm. Jika ada sebuah kerucut yang jari-jari alasnya sama dengan jari-jari alas tabung, berapakah tinggi kerucut itu supaya volumenya sama dengan volume tabung?

c. Volume Bola

Untuk menentukan volume bola, lakukanlah kegiatan berikut. Sediakan sebuah kerucut, sebuah bangun setengah bola, dan air secukupnya. Kerucut yang digunakan mempunyai panjang jari-jari yang sama dengan tingginya dan sama pula dengan jari-jari bola, seperti Gambar 2.14 (a) dan (b).

Jika kerucut diisi penuh dengan air, kemudian air di dalam kerucut tersebut dituangkan ke bangun setengah bola, apakah volume bangun setengah bola akan tepat penuh dengan air oleh $2 \times \text{volume kerucut}$? Jika dari percobaan yang kalian lakukan diperoleh bahwa volume bangun setengah bola akan tepat penuh air oleh $2 \times \text{volume kerucut}$, hal apa yang dapat kalian simpulkan? Apakah kesimpulan yang kalian dapatkan mengarah kepada sebuah kesimpulan bahwa:

$$\text{Volume setengah bola} = 2 \times \text{volume kerucut}$$



Gambar 2.14 (a) Kerucut dan (b) setengah bola

Hubungan volume bola dan kerucut dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Volume bola} &= 2 \times \text{volume setengah bola} \\ &= 2 \times 2 \text{ volume kerucut.} \\ &= 4 \times \frac{1}{3} \pi r^2 t, \text{ dengan } t = r \\ &= \frac{4}{3} \pi r^2 (r) = \frac{4}{3} \pi r^3\end{aligned}$$

Karena $r = \frac{1}{2}d$, maka:

$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi \left(\frac{1}{2}d\right)^3 \\ &= \frac{1}{6} \pi d^3\end{aligned}$$

sehingga volume bola dapat ditulis:

$$V = \frac{4}{3} \pi r^3 \quad \text{atau} \quad V = \frac{1}{6} \pi d^3$$

dengan V = volume bola

r = jari-jari

d = diameter

Contoh SOAL

1. Sebuah bola mempunyai volume $36\pi \text{ cm}^3$. Tentukanlah jari-jari bola.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \Leftrightarrow 36\pi = \frac{4}{3} \pi r^3 \\ \Leftrightarrow 36 &= \frac{4}{3} r^3 \\ \Leftrightarrow r^3 &= 27 \text{ cm}^3 \\ \Leftrightarrow r &= 3 \text{ cm}\end{aligned}$$

Jadi, jari-jari bola adalah 3 cm.

2. Hitunglah volume dari sebuah bola berjari-jari 6 cm.

Penyelesaian

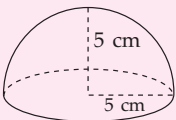
$$\begin{aligned}V &= \frac{4}{3} \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \pi (6^3) \\ &= 288\pi \text{ cm}^3\end{aligned}$$

Jadi, volume bola itu adalah $288\pi \text{ cm}^3$.

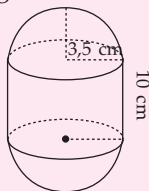
LATIHAN 6

1. Hitung volume bangun ruang di bawah ini.

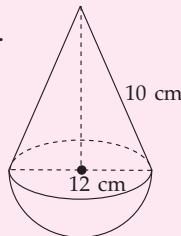
a.



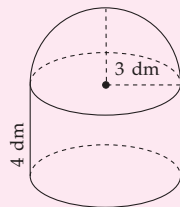
b.

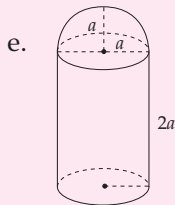


c.

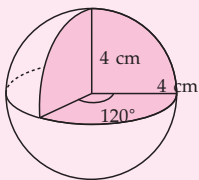


d.





f.



2. Bola dengan jari-jari a^2 , tentukanlah volumenya.

3. Sebuah bola berada di dalam kubus yang sisi-sisinya saling bersinggungan. Jika volume kubus 64 cm^3 , tentukanlah volume bola.

4. Sebuah bola memiliki volume $36\pi \text{ cm}^3$. Tentukan:

- diameter bola;
- volume bola lain yang jari-jarinya 2 kali jari-jari bola semula.



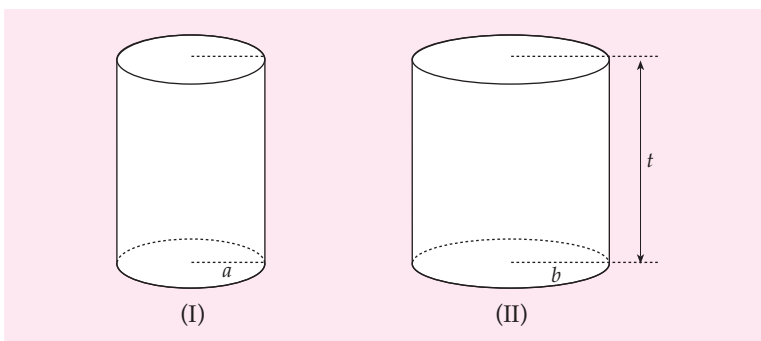
Besar Perubahan Volume (*Materi Pengayaan*)

Sekarang kalian tentunya sudah memahami volume tabung, kerucut, dan bola serta dapat melakukan perhitungannya. Pada pembahasan berikut akan dibahas perbandingan volume bangun ruang tersebut jika ukurannya berubah. Untuk mengetahui lebih lanjut, perhatikanlah pembahasan berikut.

1 Perbandingan Volume Tabung, Kerucut, dan Bola

a. Perbandingan Volume Tabung

Marilah kita perhatikan kedua bangun tabung pada Gambar 2.15. Akan kita selidiki perbandingan volume pada kedua tabung itu.



Gambar 2.15 Dua buah tabung yang berbeda jari-jarinya.

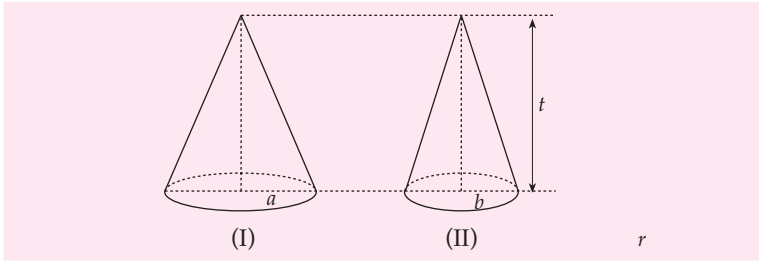
Pada Gambar 2.15 terdapat dua tabung dengan tinggi $= t$ dan panjang jari-jarinya a dan b , $a < b$. Perbandingan volume kedua tabung dapat ditentukan dengan cara berikut.

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{\pi r_I^2 t}{\pi r_{II}^2 t} = \frac{r_I^2}{r_{II}^2}$$

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow \text{dengan } a \text{ dan } b \text{ adalah jari-jari } r_I \text{ dan } r_{II}$$

b. Perbandingan Volume Kerucut

Selanjutnya, bagaimana perbandingan volume kerucut pada kedua gambar di bawah ini? Mari kita selidiki.



Gambar 2.16 Dua buah kerucut yang berbeda jari-jarinya.

Pada Gambar 2.16 terdapat dua kerucut yang memiliki tinggi = t . Perbandingan volume kedua kerucut dapat ditentukan dengan cara berikut.

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{\frac{1}{3}\pi r_I^2 t}{\frac{1}{3}\pi r_{II}^2 t} = \frac{r_I^2}{r_{II}^2}$$

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{a^2}{b^2} \rightarrow \text{dengan } a \text{ dan } b \text{ adalah jari-jari } r_I \text{ dan } r_{II}$$

c. Perbandingan Volume Bola

Coba sekarang kalian temukan sendiri perbandingan antara kedua volume bola pada Gambar 2.17. Setelah kalian dapat menemukan perbandingan kedua volume bola itu, bandingkan dengan penjelasan di bawah ini.

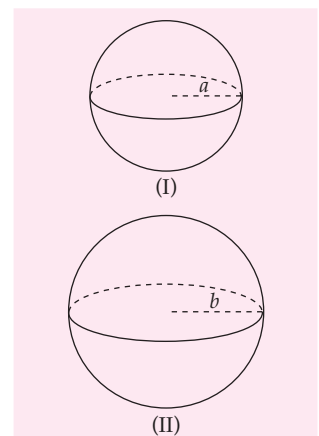
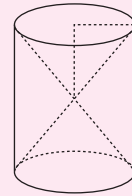
Pada Gambar 2.17 terdapat dua bola dengan jari-jari a dan b . Perbandingan volume kedua bola dapat ditentukan dengan cara berikut.

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{\frac{4}{3}\pi r_I^3}{\frac{4}{3}\pi r_{II}^3} = \frac{r_I^3}{r_{II}^3}$$

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{a^3}{b^3} \rightarrow \text{dengan } a \text{ dan } b \text{ adalah jari-jari bola } r_I \text{ dan } r_{II}$$

Math Quiz

Dua buah kerucut yang kongruen berada di dalam sebuah tabung. Jika tinggi kerucut t dan jari-jari alasnya r , tentukanlah perbandingan volume 2 kerucut dengan volume tabung.



Gambar 2.17 Dua buah bola yang berbeda jari-jarinya

Contoh SOAL

1. Diketahui dua tabung dengan jari-jari 10 cm dan 15 cm. Tentukanlah perbandingan volume kedua tabung tersebut.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \frac{V_I}{V_{II}} &= \frac{a^2}{b^2} \\ &= \frac{10^2}{15^2} \end{aligned}$$

$$= \frac{10 \times 10}{15 \times 15}$$

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{4}{9}$$

2. Diketahui dua kerucut dengan jari-jari 12 cm dan 18 cm dengan tinggi masing-masing 10 cm. Tentukanlah perbandingan volumenya.

Penyelesaian:

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{a^2}{b^2} = \frac{12^2}{18^2} = \frac{12 \times 12}{18 \times 18}$$

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{4}{9}$$

3. Diketahui dua buah bola dengan jari-jari 10 cm dan 5 cm. Hitunglah perbandingan volumenya.

Penyelesaian:

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{a^3}{b^3} = \frac{10^3}{5^3}$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 10}{5 \times 5 \times 5} = 2 \times 2 \times 2$$

$$\frac{V_I}{V_{II}} = \frac{8}{1}$$

LATIHAN 7

- Diketahui sebuah tabung berjari-jari 14 cm dan tingginya 24 cm. Jika jari-jari tabungnya diperbesar menjadi 4 kali jari-jari semula,
 - hitunglah volume tabung sebelum dan sesudah diperbesar;
 - berapakah perbandingan volume tabung sebelum dan sesudah diperbesar?
- Dua buah tabung masing-masing berjari-jari 15 cm dan 21 cm dengan tinggi yang sama, yaitu 25 cm.
 - Hitunglah perbandingan volume kedua tabung itu.
 - Jika kedua tabung diperbesar jari-jarinya menjadi 3 kali panjang jari-jari semula, tentukanlah perbandingan volumenya.
- Apabila perbandingan unsur-unsur dari kedua kerucut diketahui, yaitu $r_1 = 3r_2$ dan $t_2 = 2t_1$, tentukanlah perbandingan volume dari kedua kerucut tersebut.
- Diketahui tinggi tiga bola berturut-turut t_1 , t_2 , dan t_3 . Jika jari-jari bolanya, yaitu $r_1 = 2$ cm, $r_2 = 4$ cm dan $r_3 = 8$ cm, tentukanlah perbandingan:
 - $V_1 : V_2$
 - $V_1 : V_3$
 - $V_2 : V_3$
- Sebuah bola memiliki diameter 25 cm, jika diameter bola diperbesar menjadi 3 kali diameter sebelumnya,
 - hitunglah volume bola sebelum dan sesudah diperbesar,
 - tentukan perbandingan volume bola sebelum dan sesudah diperbesar.
- Diketahui jari-jari sebuah bola adalah 9 cm. Bola itu diperkecil jari-jarinya menjadi $\frac{1}{3}$ dari panjang jari-jari semula. Kemudian diperkecil lagi jari-jarinya menjadi $\frac{1}{2}$ bagian lagi.
 - Tentukanlah perbandingan volume sebelum dan sesudah diperkecil pertama kali.
 - Tentukan perbandingan volume sebelum dan sesudah diperkecil kedua kalinya.
 - Tentukan perbandingan volume sesudah diperkecil pertama kali dan sesudah diperkecil kedua kalinya.

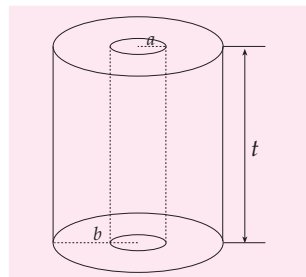
2 Perubahan Volume Tabung, Kerucut dan Bola

a. Perubahan Volume Tabung

Perubahan volume dari suatu tabung dapat ditunjukkan pada Gambar 2.18. Pada gambar tersebut terdapat dua buah tabung, yaitu tabung I dengan jari-jari a dan tabung II dengan jari-jari b . Perubahan volume tabung tersebut dapat

dinyatakan sebagai $V_{II} - V_I$ atau volume tabung dengan jari-jari b dikurangi volume tabung dengan jari-jari a dan dapat dinyatakan sebagai berikut.

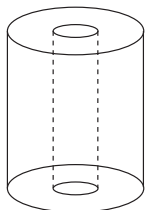
$$\begin{aligned}\text{Perubahan volume tabung} &= V_{II} - V_I \\ &= \pi r_{II}^2 \times t - \pi r_I^2 \times t \\ &= \pi t (r_{II}^2 - r_I^2) \\ &= \pi t (b^2 - a^2)\end{aligned}$$



Gambar 2.18 Tabung yang berubah jari-jarinya

Contoh SOAL

Sebuah tabung dengan diameter 40 cm mempunyai rongga dengan diameter 20 cm. Jika tinggi tabung 10 cm, hitunglah volume tabung tersebut.



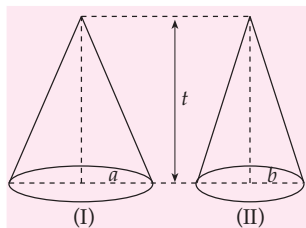
Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{Volume tabung berongga} &= V_{II} - V_I \\ &= \pi \times 10 (20^2 - 10^2) \\ &= 3,14 \times 10 (400 - 100) \\ &= 3,14 \times 10 (300) \text{ cm}^3 \\ &= 9.420 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

b. Perubahan Volume Kerucut

Pada Gambar 2.19 terdapat dua kerucut dengan jari-jari a dan b . Kerucut tersebut memiliki tinggi yang sama, yaitu t . Perubahan volume kedua kerucut tersebut dapat dinyatakan sebagai berikut.

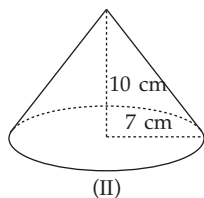
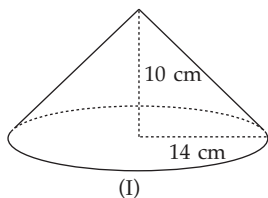
$$\begin{aligned}\text{Perubahan volume kerucut} &= V_I - V_{II} \\ &= \frac{1}{3} \pi r_I^2 t - \frac{1}{3} \pi r_{II}^2 t \\ &= \frac{1}{3} \pi t (r_I^2 - r_{II}^2) \\ &= \frac{1}{3} \pi t (a^2 - b^2)\end{aligned}$$



Gambar 2.19 Kerucut yang berubah jari-jarinya

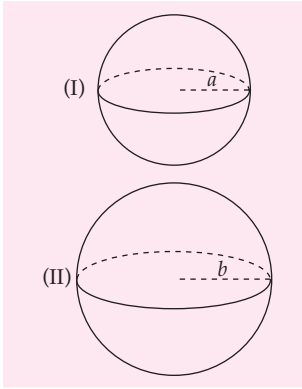
Contoh SOAL

Sebuah kerucut tingginya 10 cm dan jari-jarinya 14 cm dan 7 cm. Tentukanlah perubahan volume kerucut.



Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{Perubahan volume kerucut} &= V_{II} - V_I \\ &= \frac{1}{3} \pi \times 10 \times (14^2 - 7^2) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 10 \times (14 + 7) (14 - 7) \\ &= \frac{1}{3} \times \frac{22}{7} \times 21 \times 7 \times 10 \\ &= 1.540 \text{ cm}^3\end{aligned}$$



Gambar 2.20 Bola yang berubah jari-jarinya

c. Perubahan Volume Bola

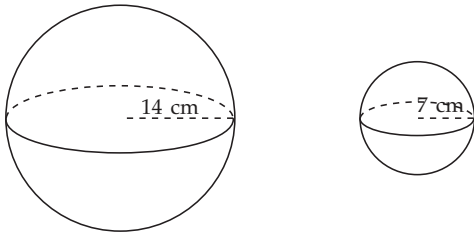
Perubahan volume bola pada suatu bola dapat ditunjukkan pada Gambar 2.20. Pada Gambar 2.20 ada dua buah bola, bola I dengan jari-jari a dan bola II dengan jari-jari b .

Perubahan volume bola dapat dinyatakan sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\text{Perubahan volume bola} &= V_{II} - V_I \\ &= \frac{4}{3}\pi r_{II}^3 - \frac{4}{3}\pi r_I^3 \\ &= \frac{4}{3}\pi (r_{II}^3 - r_I^3) \\ &= \frac{4}{3}\pi (b^3 - a^3)\end{aligned}$$

Contoh SOAL

Sebuah bola berongga dengan jari-jari 14 cm dan jari-jari rongga bola adalah 7 cm. Hitunglah volume bola tersebut.



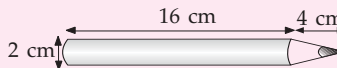
Penyelesaian:

Volume bola

berongga = $V_{II} - V_I$

$$\begin{aligned}&= \frac{4}{3}\pi (r_{II}^3 - r_I^3) \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} (14 \times 14 \times 14 - 7 \times 7 \times 7) \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 7 (2^3 - 1^3) \\ &= 10.061,333 \text{ cm}^3\end{aligned}$$

LATIHAN 8

- Sebuah bola basket saat diisi penuh dengan angin berdiameter 4,2 m. Setelah tertusuk paku diameternya berubah menjadi 2,5 m. Hitunglah:
 - volume bola basket sebelum dan sesudah tertusuk paku;
 - luas permukaan bola basket sebelum dan sesudah tertusuk paku;
 - berapa besar perubahan volume bola basket sesudah tertusuk paku.
- Sebuah nasi tumpeng berbentuk kerucut. Sebelum dipotong, nasi tumpeng tersebut berjari-jari 12 cm dan tingginya 16 cm. Setelah dipotong jari-jari nasi tumpeng itu menjadi 9 cm dan tingginya berkurang 4 cm. Tentukanlah:
 - volume nasi tumpeng itu sebelum dan sesudah dipotong;
 - besar perubahan volume kerucut nasi tumpeng setelah dipotong.
- Sebuah besi berbentuk tabung dengan jari-jari 21 cm dan tingginya 2 m. Setelah besi itu dipanaskan, jari-jarinya berkurang 0,5 m.
 - Berapakah volume besi sebelum dan sesudah dipanaskan?
 - Berapa besar perubahan volume besi setelah dipanaskan?
- 

Gambar di atas adalah sebuah pensil sebelum diraut dengan rautan. Sesudah

diraut panjangnya berkurang menjadi 15 cm. Hitunglah:

- volume pensil itu sebelum dan sesudah diraut;
 - luas permukaan pensil itu sebelum dan sesudah diraut;
 - besar perubahan volume pensil itu sesudah diraut.
5. Sebuah bola salju sebelum digelindingkan berdiameter 18 cm. Sesudah digelindingkan diameternya berubah menjadi 3 kali lebih besar. Hitunglah:

- volume dari bola salju sebelum dan sesudah digelindingkan;
- besar perubahan volume bola salju itu sesudah digelindingkan.

6. Sebuah pipa berdiameter dalam 1,4 m dan tinggi 3 m. Diameter dalam pipa yang berbentuk tabung itu diperbesar menjadi 2 kali lebih besar. Hitunglah:

- volume air yang dapat mengalir dalam pipa tersebut sebelum dan sesudah diameternya diperbesar;
- besar perubahan volume air sesudah diameternya diperbesar.



KEGIATAN

Kerjakanlah kegiatan ini secara berkelompok.

Sebuah pipa berbentuk tabung berdiameter 10 cm dialiri air dengan kecepatan debit air 20 cm/detik. Jika pipa air itu terisi penuh dengan aliran air, tentukan volume air yang mengalir selama 5 menit. Untuk menyelesaikan soal tersebut, carilah informasi mengenai menghitung debit air pada buku-buku di perpustakaan. **Gunakanlah kalkulator untuk mempermudah menghitungnya.**



Aplikasi Bangun Ruang Sisi Lengkung dalam Kehidupan

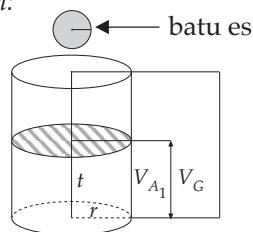
Dalam kehidupan, tentunya kita sering menjumpai masalah atau kejadian yang berkaitan dengan Bangun Ruang Sisi Lengkung (BRSL). Untuk mengetahuinya, coba perhatikan contoh soal berikut.

Contoh SOAL

Sebuah gelas berbentuk tabung diisi air sebanyak $\frac{2}{3}$ dari volumenya. Gelas itu memiliki diameter 24 cm dan tinggi 15 cm. Sebuah batu es berbentuk bola dengan jari-jari 8 cm dimasukkan ke dalam gelas tersebut.

- Hitunglah tinggi air sesudah batu es dicelupkan ke dalam air.
- Apakah air dalam gelas akan tumpah, ketika batu es tercelup ke air?

Penyelesaian:



Misalkan V_B = Volume batu es
 V_{A1} = Volume air sebelum dicelupkan batu es

V_{A_2} = Volume air sesudah dicelupkan batu es

V_G = Volume gelas

$$\begin{aligned} \text{a. } V_G &= \pi r^2 t \\ &= 3,14 \times 12^2 \times 15 \\ &= 6782,4 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

$$V_{A_1} = \frac{2}{3} V_G$$

$$V_{A_1} = \frac{2}{3} \times 6.782,4$$

$$V_{A_1} = 4.521,6 \text{ cm}^3$$

$$\begin{aligned} V_B &= \frac{4}{3} \times \pi r^3 \\ &= \frac{4}{3} \times \frac{22}{7} \times 8^3 \\ &= 2145,5 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{A_2} &= V_B + V_{A_1} \\ &= 2.145,5 + 4.521,6 \\ &= 6.667,1 \text{ cm}^3 \end{aligned}$$

$$V_{A_2} = 6.667,1$$

$$\pi r^2 t_{A_2} = 6667,1$$

$$t_{A_2} = \frac{6.667,1}{\pi r^2}$$

$$= \frac{6.667,1}{3,14 \times 12^2}$$

$$t_{A_2} = 14,75 \text{ cm}$$

Jadi, tinggi air sesudah batu es dicelupkan adalah 14,75 cm.

- b. Tinggi gelas = 15 cm dan $t_{A_2} = 14,75$ cm. maka tinggi gelas $> t_{A_2}$.

Jadi, air dalam gelas tidak akan tumpah, ketika batu es dimasukkan ke dalam gelas.

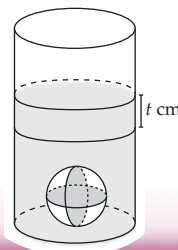
Soal-Soal Kontekstual

1. Sebuah wadah berbentuk tabung dengan diameter 29 cm dan tinggi 12 cm berisi air setinggi 11 cm. Ke dalam tabung dimasukkan bola pejal (padat) yang diameternya 6 cm.



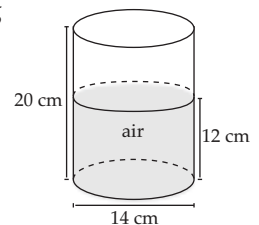
- Apakah air dalam tabung akan tumpah ketika bola pejal dimasukkan ke dalam tabung?
- Jika ya, berapa cm^3 air yang tumpah?
- Jika tidak, berapa ketinggian air setelah bola pejal dimasukkan ke dalam tabung?

2. Sebuah tabung berdiameter 28 cm, mula-mula diisi air sebanyak v liter. Kemudian, ke dalam tabung dimasukkan sebuah bola logam yang



berdiameter 14 cm sehingga seluruh bola berada dalam air dan permukaan air naik t cm. Tentukanlah tinggi t tersebut.

3. Gambar di samping adalah sebuah wadah berbentuk tabung yang berisi air setinggi 20 cm. Jika pada wadah itu dimasukkan sebuah bola pejal dari logam berjari-jari 3,5 cm, tentukanlah kenaikan tinggi air.



4. Sebuah wadah berbentuk tabung dengan jari-jari alas 8 cm diisi air setinggi 15 cm. Ke dalam wadah dimasukkan sebuah bola besi berjari-jari 6 cm. Hitunglah tinggi air dalam wadah setelah bola besi dimasukkan ke dalam wadah tersebut.



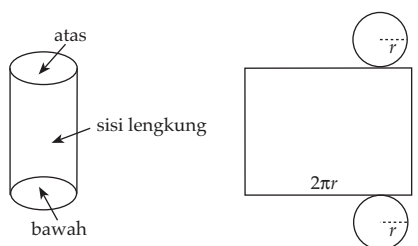
KEGIATAN

Kerjakanlah kegiatan ini secara berkelompok.

1. Ambillah benda-benda di sekelilingmu yang berbentuk tabung, kerucut, dan bola. Irislah bangun-bangun itu sehingga terbentuk jaring-jaringnya jika memungkinkan. Bagaimanakah bentuknya? Selanjutnya coba kalian sebutkan unsur-unsur dari tabung, kerucut, dan bola dengan menunjukkan bagian dari unsur-unsur tersebut secara langsung pada bendanya.
2. Dari benda-benda yang telah kalian kumpulkan pada kegiatan nomor 1, hitunglah luas permukaan dan volume dari benda-benda tersebut. Sebutkanlah perbedaan dan persamaan dari ketiga bangun tersebut. Selanjutnya, definisikan pengertian ketiga bangun ruang sisi lengkung itu dengan mengamati ciri-ciri ketiga bangun tersebut. Setelah itu, coba kalian diskusikan dengan temanmu mengenai pengertian bangun ruang sisi lengkung.

RANGKUMAN

1. Tabung mempunyai 2 sisi datar dan satu sisi lengkung.

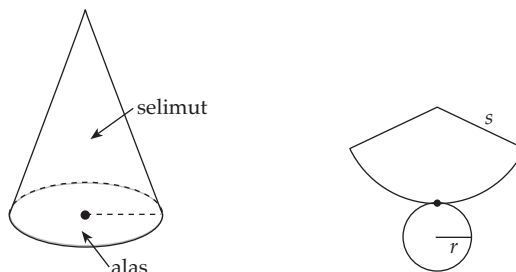


$$\text{Luas selimut tabung} = 2\pi r t = \pi d t$$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan tabung} &= 2\pi r^2 + 2\pi r t \\ &= 2\pi r (r + t)\end{aligned}$$

$$\text{Volume tabung} = \pi r^2 t$$

2. Kerucut mempunyai satu sisi datar (alas) dan satu bidang lengkung (selimut).

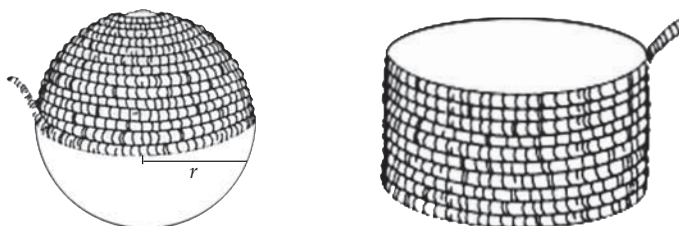


$$\text{Luas selimut kerucut} = \pi r s = \frac{1}{2} \pi d s$$

$$\begin{aligned}\text{Luas permukaan kerucut} &= \pi r^2 + \pi r s \\ &= \pi r (r + s)\end{aligned}$$

$$\text{Volume kerucut} = \frac{1}{3} \pi r^2 t$$

3. Bola mempunyai satu bidang lengkung.



$$\text{Luas permukaan bola} = 4\pi r^2$$

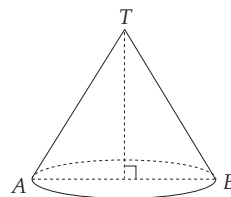
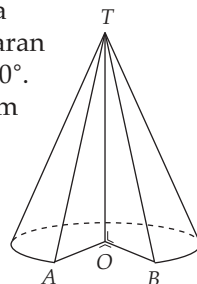
$$\text{Volume bola} = \frac{4}{3} \pi r^3$$

Uji Kompetensi Bab 2

A Pilihan ganda

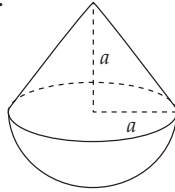
Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

- Jika massa 1 cm^3 kawat adalah 17 gram maka kawat yang panjangnya 30 m dengan diameter penampang 4 mm memiliki massa
a. 3.202,80 gram c. 6.405,60 gram
b. 3.768,00 gram d. 12.811,20 gram
- Sebuah tabung tanpa tutup, jari-jari lingkaran alasnya 4 cm. Jika luas tabung sama dengan $80\pi \text{ cm}^2$ maka volume tabung adalah
a. $42\frac{2}{3}\pi \text{ cm}^3$ c. $128\pi \text{ cm}^3$
b. $96\pi \text{ cm}^3$ d. $256\pi \text{ cm}^3$
- Volume bola terbesar yang dapat dimasukkan ke dalam kubus dengan panjang rusuk 12 cm adalah
a. $288\pi \text{ cm}^3$ c. $1.602\pi \text{ cm}^3$
b. $576\pi \text{ cm}^3$ d. $2.304\pi \text{ cm}^3$
- Sebuah benda berbentuk kerucut dengan belahan bola pada alasnya. Jika diameter alas kerucut sama dengan diameter bola = 14 cm dan tinggi kerucut = 24 cm maka luas permukaan benda tersebut adalah
a. 858 cm^2 c. 1.012 cm^2
b. 885 cm^2 d. 1.120 cm^2
- Atap sebuah paviliun berbentuk belahan bola dengan diameter 28 m. Apabila biaya pembuatan atap per meter persegi Rp20.000,00 maka biaya atap seluruhnya adalah
a. Rp12.320.000,00
b. Rp24.640.000,00
c. Rp36.960.000,00
d. Rp98.560.000,00
- Perbandingan luas permukaan dua buah bola adalah 4 : 9. Perbandingan volume kedua bola itu adalah
a. 1 : 9 c. 2 : 27
b. 2 : 3 d. 8 : 27
- Luas permukaan bola dengan volume sebesar $288\pi \text{ cm}^3$ adalah
a. $36\pi \text{ cm}^2$ c. $144\pi \text{ cm}^2$
b. $72\pi \text{ cm}^2$ d. $216\pi \text{ cm}^2$
- Sebuah bola dimasukkan ke dalam tabung yang tingginya 20 cm. Jika diameter bola sama dengan diameter alas tabung, yaitu 12 cm maka selisih volume tabung dan bola adalah ($\pi = 3,14$)
a. $226,08 \text{ cm}^3$ c. $904,32 \text{ cm}^3$
b. $452,16 \text{ cm}^3$ d. $1.356,48 \text{ cm}^3$
- Sebuah kerucut alasnya berbentuk juring lingkaran dengan sudut pusat 270° . Jika diameter alas 12 cm dan tinggi 8 cm maka luas permukaan kerucut adalah
a. $(64\pi + 36) \text{ cm}^2$
b. $(72\pi + 48) \text{ cm}^2$
c. $(81\pi + 48) \text{ cm}^2$
d. $(90\pi + 50) \text{ cm}^2$
- Seorang pembuat keramik mengubah tanah liat berbentuk bola yang berdiameter 24 cm menjadi tiga buah bola padat yang memiliki perbandingan jari-jari 1 : 2 : 3. Volume bola terkecil adalah
a. $35\pi \text{ cm}^3$ c. $64\pi \text{ cm}^3$
b. $48\pi \text{ cm}^3$ d. $72\pi \text{ cm}^3$
- Segitiga sama sisi TAB merupakan penampang tegak sebuah kerucut yang tinggi dan jari-jari lingkaran alasnya 10 cm. Luas selimut kerucut ini adalah
a. 50π
b. $100\pi\sqrt{2}$
c. 20π
d. $200\pi\sqrt{2}$



12. Sebuah benda terbentuk dari kerucut dan belahan bola (lihat sketsa di kanan). Luas benda ini adalah

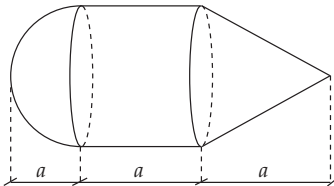
- a. $\pi a^2(2 + \sqrt{2})$
 b. $\pi a^2(3 + \sqrt{2})$
 c. $3\pi a^2$
 d. $2\frac{1}{3}\pi a^2$



13. Luas selimut kerucut $188,4 \text{ cm}^2$ dan jari-jari alasnya 6 cm. Tinggi kerucut adalah ($\pi = 3,14$)

- a. 8 cm
 b. 9 cm
 c. 10 cm
 d. 12 cm

14. Volume bangun ruang di bawah ini adalah



- a. $4\pi a^3$
 b. $3\pi a^3$
 c. $2\frac{1}{3}\pi a^3$
 d. $2\pi a^3$

15. Sebuah kerucut dibentuk dari selembar karton yang berbentuk $\frac{3}{5}$ lingkaran dengan panjang jari-jari 15 cm. Tinggi kerucut adalah cm.

- a. 8
 b. 9
 c. 10
 d. 12

16. Luas seluruh kerucut dengan jari-jari alas 7 cm dan tinggi 24 cm adalah ($\pi = \frac{22}{7}$)

- a. 704 cm^2
 b. 928 cm^2
 c. 1.232 cm^2
 d. 1.408 cm^2

17. Volume kerucut yang memiliki jari-jari alas 12 cm adalah $1.356,48 \text{ cm}^3$. Luas selimut kerucut adalah ($\pi = 3,14$)

- a. $113,04 \text{ cm}^2$
 b. $339,12 \text{ cm}^2$
 c. $452,16 \text{ cm}^2$
 d. $565,20 \text{ cm}^2$

18. Diameter belahan bola dengan volume $486\pi \text{ cm}^3$ adalah

- a. 9 cm
 b. 12 cm
 c. 16 cm
 d. 18 cm

19. Luas silinder tanpa tutup $210\pi \text{ cm}^2$. Jika diameter alas silinder 20 cm, maka volume silinder itu adalah

- a. $450\pi \text{ cm}^2$
 b. $550\pi \text{ cm}^2$
 c. $560\pi \text{ cm}^2$
 d. $1050\pi \text{ cm}^2$

20. Luas selimut tabung tanpa tutup 440 cm^2 , sedangkan tingginya 10 cm. Luas permukaan tabung itu adalah

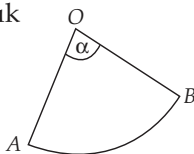
- ($\pi = \frac{22}{7}$)
 a. 374 cm^2
 b. 594 cm^2
 c. 748 cm^2
 d. 1.188 cm^2

B Esai

Selesaikanlah soal-soal di bawah ini.

1. Volume kerucut $1.004,8 \text{ cm}^3$. Tentukanlah luas permukaan kerucut jika tinggi kerucut 15 cm dan $\pi = 3,14$.
 2. Diketahui keliling alas kerucut $75,36 \text{ cm}$ dan tingginya 16 cm. Tentukanlah luas selimut kerucut. ($\pi = 3,14$)

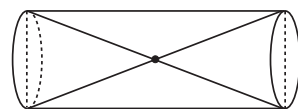
3. Sebuah kerucut dibentuk dari karton seperti gambar. $\alpha = 120^\circ$ dan $OA = OB = 30 \text{ cm}$. Tentukanlah tinggi kerucut yang terbentuk jika $\pi = 3,14$.



4. Hitunglah luas selimut dan volume bola jika diketahui jari-jarinya:

- a. 10,5 cm
 b. 14 cm
 c. 20 cm
 d. 25 cm
 e. 50 cm

5. Dua buah kerucut berada dalam tabung, seperti gambar.



Tinggi kerucut t dan jari-jari kerucut r . Tentukanlah perbandingan volume dua kerucut dan tabung tersebut.

6. Hitunglah luas selimut tabung dengan jari-jari dan tingginya sebagai berikut.

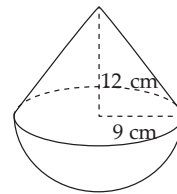
No	r	t
a.	7	5
b.	10,5	8
c.	14	10
d.	21	6
e.	20	10

7. Sebuah monumen berbentuk kerucut dengan alas menempel pada tanah. Monumen yang memiliki diameter 14 m dan tinggi 24 m dan akan dicat dengan biaya tiap 1 m^2 Rp5.000,00. Tentukanlah biaya yang diperlukan untuk mengecat monumen.

8. Hitunglah volume kerucut jika diketahui.

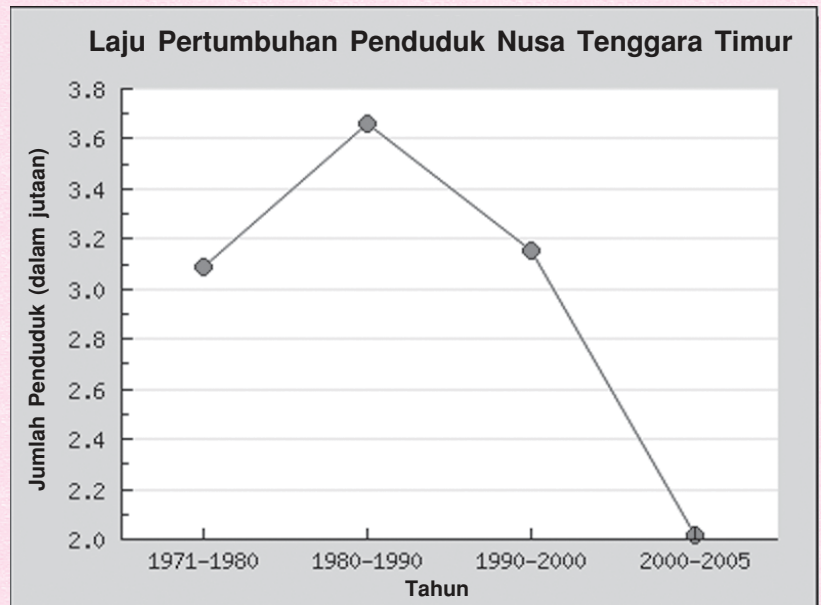
No	r	t
a.	7	7
b.	10	15
c.	5	12
d.	12	16
e.	30	40

9. Diketahui keliling alas kerucut 75,36 cm dan tinggi 16 cm. Tentukanlah luas selimut kerucut jika $\pi = 3,14$.
10. Tentukan luas permukaan dan volume bangun di bawah ini.



BAB 3

Statistika dan Peluang



Tujuan Pembelajaran

- Mengumpulkan data kemudian menyajikan data dalam bentuk tabel, diagram batang, garis, dan lingkaran
- Menentukan rata-rata, median, dan modus data tunggal serta penafsirannya
- Memahami pengertian sampel dan populasi
- Menentukan ruang sampel suatu percobaan
- Menentukan peluang suatu kejadian sederhana.

Masih ingatkah kalian konsep statistika yang telah kalian pelajari di SD? Kalian perlu mengingat kembali konsep tersebut. Konsep tersebut akan dikembangkan pada pembahasan kali ini. Salah satu bahasan yang telah kalian pelajari ketika di SD terlihat pada gambar di atas.

Masih ingatkah kalian nama diagram tersebut? Biasa kita lihat di mana diagram itu?

Diagram di atas biasa kita lihat di surat kabar, majalah, atau di kantor kelurahan atau kabupaten. Diagram tersebut digunakan untuk menyajikan suatu data. Ini merupakan salah satu penerapan konsep statistika dalam kehidupan sehari-hari.

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut.

- 3, 4, 4, 5, 6, 8, 9
- 5, 7, 8, 9, 9, 10, 11
- 6, 6, 7, 7, 7, 8, 9

Jenis Pekerjaan	Banyaknya Orang
pedagang	40
petani	75
guru	25
perajin	10

Di dalam kelasmu tentu ada papan absensi yang berisi banyak siswa yang tidak masuk dan banyaknya siswa seluruhnya. Keterangan yang ada pada papan absensi tersebut merupakan contoh data. Untuk mengetahui lebih lanjut mengenai data, perhatikanlah pembahasan berikut.

1 Pengertian Data

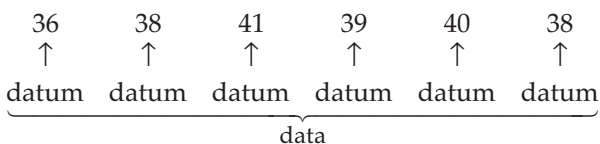
Data merupakan unsur terpenting dalam statistika. *Statistika* adalah ilmu (metode ilmiah) yang mempelajari metode pengumpulan, pengolahan, penafsiran, dan penarikan kesimpulan dari data.

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai data. Misalnya ketika kita datang ke ruang guru atau kepala sekolah, kita dapat melihat data mengenai jumlah siswa setiap kelas seperti pada tabel di bawah ini.

Tabel 3.1 Data Jumlah Siswa Kelas VII SMP Pelangi

Kelas	Jumlah Siswa (orang)
VII-1	36
VII-2	38
VII-3	41
VII-4	39
VII-5	40
VII-6	38

Jadi, *data* dapat diartikan kumpulan informasi yang berupa fakta atau gambaran mengenai suatu keadaan yang diperoleh dari suatu pengamatan. Unsur-unsur dari data di atas disebut *datum*. Hubungan antara data dan datum sebagai berikut.



Data dapat berupa suatu bilangan atau bukan bilangan. Data yang berupa bilangan disebut *data kuantitatif*, sedangkan yang berupa bukan bilangan disebut *data kualitatif*.

2 Pengumpulan Data

Langkah awal yang dilakukan dalam kegiatan statistika adalah mengumpulkan data. Pengumpulan data dapat dilakukan dengan cara-cara berikut.

1. Mencacah atau membilang
2. Mengukur
3. Mencatat data dengan turus (tally)

Pengumpulan data dengan mencacah, pengumpul data perlu berhadapan langsung dengan objek data. Kemudian, pengumpul menghitung banyaknya objek data sehingga diperoleh data. Selain dengan mencacah, untuk mengumpulkan data juga dapat diperoleh dengan cara mengukur. Misalnya untuk mengetahui berat badan rata-rata siswa kelas IX, semua siswa kelas IX ditimbang berat badannya. Berat badan siswa yang telah ditimbang kemudian dicatat. Ternyata diperoleh hasil sebagai berikut.

Tabel 3.2 Data berat badan siswa kelas IX

Nama Siswa	Berat Badan (kg)	Nama Siswa	Berat Badan (kg)
Abas	44	Efani	43
Astri	46	Eskiya	42
Ayu	43	Ghani	51
Bani	51	Hoseka	47
Bimo	54	Husin	50
Budi	52	Indriyani	44
Butet	45	Iskandar	52
Danita	46	Nola	45
Dewina	45	Widya	43
Domika	43	Yuli	43

Mencatat data dengan turus (tally) dapat dilakukan dengan menggunakan daftar isian (kuisisioner) yang diisi oleh objek data. Hal ini biasa dilakukan ketika kalian melakukan pemilihan ketua kelas. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Tabel 3.3 Data Hasil Pemilihan Kelas IXA

Nama Calon	Turus (Tally)	Frekuensi
Ahmad Arifin		14
Hasanudin		18
Jumlah		32



KEGIATAN

1. Lakukanlah pengumpulan data tentang nilai ulangan matematika di kelasmu dengan menggunakan turus (tally).
2. Buatlah data siswa di kelasmu berdasarkan berat dan tinggi badannya dengan cara mengukur.

3 Sampel dan Populasi

Andaikan seorang peneliti ingin mengetahui tingkat penguasaan pelajaran matematika siswa SMP di Jakarta. *Populasi* dari penelitian itu adalah seluruh siswa yang ada di Jakarta. Akan tetapi, jika peneliti itu harus mencatat nilai matematika seluruh siswa di Jakarta, tentu memerlukan waktu, biaya, dan tenaga yang banyak. Oleh karena itu, peneliti tersebut cukup mencatat nilai matematika beberapa siswa SMP di beberapa Jakarta. Beberapa siswa yang dicatat nilai matematikanya itulah yang menjadi *sampel* dari penelitian. Agar diperoleh kesimpulan yang akurat maka sampel yang diambil harus dapat *mewakili* kondisi dari populasi.

Dari penjelasan di atas, dapat disimpulkan hal berikut.

Populasi adalah seluruh objek penelitian yang akan diteliti.

Sampel adalah sebagian dari objek yang diteliti yang dianggap dapat mewakili seluruh objek penelitian.

Contoh SOAL

1. Seorang peneliti ingin meneliti tentang berat badan bayi di Jakarta. Tentukan populasi dan sampelnya.
Penyelesaian:
Populasinya adalah *seluruh* bayi yang ada di Jakarta.
Sampelnya adalah *beberapa* bayi yang dipilih secara acak di wilayah Jakarta.
2. Seorang kepala sekolah ingin meneliti rata-rata umur siswa SMP Kelas IX di SMP A. Tentukan populasi dan sampelnya.
Penyelesaian:
Populasinya adalah *seluruh* siswa SMP Kelas IX yang ada di SMP A.
Sampelnya adalah *beberapa* siswa kelas IX di SMP A yang dipilih secara acak.

LATIHAN 1

1. Seseorang ingin meneliti tentang tinggi badan siswa SMP di Jakarta. Tentukan populasi dan sampelnya.
2. Pada penelitian tentang rata-rata besar penghasilan dari setiap rumah tangga di Indonesia, tentukan populasi dan sampelnya.
3. Tentukan sampel dari populasi “siswa SMP yang berusia 13 dan 14 tahun di Jawa Barat”.
4. Tentukan populasi dari sampel berikut.
 - a. Beberapa siswi di tiap provinsi
 - b. Beberapa siswa kelas IX yang tingginya lebih dari 155 cm.

4 Pengurutan Data Tunggal

Data yang kita peroleh ketika melakukan pengamatan atau pengukuran biasanya masih belum teratur sehingga kita agak kesulitan menentukan *data terkecil* dan *data terbesar*. Untuk itu, sebaiknya data tersebut diurutkan terlebih dahulu. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini.

Dari hasil ulangan matematika kelas IX diperoleh data nilai siswa sebagai berikut.

6	9	7	9,5	9	9	10	7	6,5
8	7	8	7	7,5	5	8	6	10
7	6	5	5	8	6	7,5	8	4
5	4,5	9	6	5,5	4	6,5	9	7

Dari data di atas kita agak kesulitan menentukan nilai terkecil dan terbesar yang diperoleh siswa. Kita akan dapat dengan mudah mengetahui data terkecil dan data terbesar jika data di atas kita urutkan.

4	5	6	6	7	7	8	9	9
4	5	6	6,5	7	7,5	8	9	9,5
4,5	5	6	6,5	7	7,5	8	9	10
5	5,5	6	7	7	8	8	9	10

Math Quiz



Menurut pendapatmu, apakah makna dari besar atau kecilnya jangkauan suatu data? Coba diskusikan dengan teman-temanmu, hal apa yang dapat kalian simpulkan dari jawaban pertanyaan tersebut?

Dari data di atas kita dapat dengan mudah menentukan data terkecil yang merupakan nilai terendah siswa dan data terbesar yang merupakan nilai tertinggi siswa.

Nilai terendah siswa = 4

Nilai tertinggi siswa = 10

Setelah nilai terendah dan tertinggi diketahui, kita dapat menentukan selisih dari nilai tersebut. Selisih nilai ini biasa disebut *jangkauan data*. Dari data di atas diperoleh

$\text{jangkauan data} = 10 - 4 = 6$

Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai pengertian data terkecil, data terbesar, dan jangkauan data?

LATIHAN 2

- Urutkan data berikut ini. Kemudian tentukan data terkecil, data terbesar, dan jangkauan data.
 - 5, 4, 7, 6, 2, 8, 7, 9, 3, 4, 5
 - 6, 9, 8, 4, 11, 16, 10, 9, 12, 13, 7, 19, 14, 13, 5, 9, 8, 15, 7
 - 11,1 12,4 16,2 10,09 12,05
17,16 15,69 10,78 9,92 18,4
 - 19,2 21,01 24,04 23,34 16,98
17,4 18,95 20,52 26,67 19,11
- Apa kegunaan dari pengurutan data? Jelaskan jawabanmu.



KEGIATAN

Urutkan data berat dan tinggi badan teman-temanmu yang kalian peroleh pada kegiatan sebelumnya. Tentukan data terkecil, data terbesar, dan jangkauan dari data tersebut.

5 Perhitungan Mean, Modus, dan Median serta Kuartil Data Tunggal

a. Mean

Dari data hasil ulangan matematika kelas IX pada subbab sebelumnya, kita belum dapat mengetahui tingkat penguasaan siswa terhadap mata pelajaran matematika. Kita baru mengetahui nilai yang diperoleh masing-masing siswa. Untuk mengetahui tingkat penguasaan siswa terhadap mata pelajaran matematika diperlukan sebuah nilai yang dapat mewakili keseluruhan data. Salah satu nilai yang dapat mewakili keseluruhan data adalah rata-rata (*mean*). Rumus untuk menentukan mean adalah sebagai berikut.

$$\text{Mean} = \frac{\text{Jumlah dari data}}{\text{Banyaknya data}}$$

Dari data mengenai hasil ulangan matematika tersebut kita peroleh

$$\begin{aligned}\text{jumlah dari data} &= 4 + 4 + 4,5 + 5 + 5 + \dots + 10 \\ &= 252,5\end{aligned}$$

$$\text{banyaknya data} = 36$$

$$\begin{aligned}\text{Dengan demikian, mean dari data di atas} &= \frac{252,5}{36} \\ &= 7,014.\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata nilai ulangan matematika kelas IX adalah 7,014.

Dari nilai rata-rata di atas dapat kita ketahui bahwa tingkat penguasaan mata pelajaran matematika di kelas IX sudah baik.

Contoh SOAL

1. Nilai ulangan matematika Ali adalah 6, 7, 5, 8, 7. Hitunglah rata-rata ulangan matematika Ali.

Penyelesaian:

$$\text{Mean} = \frac{6 + 7 + 5 + 8 + 7}{5}$$

$$\begin{aligned}&= \frac{33}{5} \\ &= 6,6.\end{aligned}$$

Jadi, rata-rata ulangan matematika Ali adalah 6,6.

Math Quiz



Apakah rata-rata (mean) dari suatu data selalu positif? Apakah dua data yang jangkauannya berbeda, tetapi meannya sama dapat dikatakan dua data tersebut memiliki pusat data yang sama? Diskusikan bersama teman-temanmu dan carilah informasi dari buku-buku di perpustakaanmu.

2. Nilai ulangan matematika dari kelas VII A sebagai berikut.

Nilai	4	5	6	7	8
Banyaknya	2	6	8	18	8

Tentukan nilai rata-ratanya.

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{Jumlah data} &= (4 \times 2) + (5 \times 6) + (6 \times 8) + \\ &\quad (7 \times 18) + (8 \times 8) \\ &= 8 + 30 + 48 + 126 + 64 \\ &= 276\end{aligned}$$

$$\text{Banyak data} = 2 + 6 + 8 + 18 + 8 = 42$$

$$\text{Mean} = \frac{276}{42} = 6,57$$

Jadi, nilai rata-rata hitung dari nilai matematika Kelas VII A adalah 6,57.

3. Berat rata-rata dari 8 orang anak adalah 50 kg. Jika masuk satu anak ke dalam kelompok, ternyata berat rata-rata anak-anak tersebut menjadi 51 kg. Hitunglah berat anak yang baru masuk.

Penyelesaian:

Misalkan berat anak yang baru masuk = a

$$\frac{8 \times 50 + 1 \times a}{8 + 1} = 51$$

$$\frac{8 \times 50 + a}{9} = 51$$

$$8 \times 50 + a = 51 \times 9$$

$$400 + a = 459$$

$$a = 459 - 400$$

$$a = 59$$

Jadi, berat anak yang baru masuk adalah 59 kg.

LATIHAN 3

- Tentukanlah mean dari
 - 5 7 11 12 17 21 26
 - 104 115 117 118 121 122 125 146
 - 20 21 17 15 18 24 21 25 21
 - 5 7 10 11 12 16 17 19 20
 - 6 4 3 7 4 5 7 6

2. Tentukan mean dari data berikut.

a.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Banyaknya siswa	2	5	3	4	6	4

b.

Nilai	3	4	5	6	7	8
Banyaknya siswa	2	3	4	5	2	3

3. Berat rata-rata 5 orang anak adalah 62 kg. Seorang anak bergabung lagi sehingga

berat rata-rata menjadi 60 kg. Tentukanlah berat anak yang baru bergabung.

4. Tinggi rata-rata 4 orang anak 1,55 m. Jika masuk seorang anak lagi ke dalam kelompok tersebut maka tinggi rata-ratanya menjadi 1,60 m. Berapa tinggi anak yang baru masuk?
5. Seorang anak memiliki nilai matematika 5, 6, 4, 7. Jika anak tersebut diberi satu kali ulangan lagi, berapakah nilai ulangan anak tersebut agar nilai rata-rata matematikanya
- 6
 - 5,6
- Apakah mungkin anak tersebut memiliki nilai rata-rata 6,4, jika anak itu hanya diberi satu kali ulangan saja?

Tugas Siswa

Diskusikanlah jawaban pertanyaan ini bersama temanmu.

Pada sebuah pabrik, upah rata-rata pegawai laki-laki 80 dan perempuan 100. Jika upah rata-rata seluruh pekerja adalah 95, tentukanlah perbandingan banyak pegawai laki-laki dan perempuan.

b. Modus

Kalau kita perhatikan secara saksama, dari data nilai ulangan di atas terlihat bahwa nilai yang paling banyak diperoleh siswa adalah 7. Ada 6 siswa yang memperoleh nilai tersebut sehingga nilai 7 paling banyak muncul. Dengan demikian, dapat dikatakan bahwa *modus* dari data di atas adalah 7.

Contoh SOAL

1. Nilai ulangan fisika seorang siswa adalah 8, 4, 5, 6, 7, 5, 6, 7, 5. Tentukanlah modus dari data di atas.

Penyelesaian:

Kalau kita perhatikan nilai yang sering diperoleh siswa tersebut adalah 5. Jadi, modus dari data di atas adalah 5.

Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai pengertian modus?

2. Tentukan modus pada tabel berikut.

Nilai	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	2	3	4	5	3	2	1

Penyelesaian:

Dari tabel di atas terlihat bahwa yang memiliki frekuensi terbesar adalah nilai 6. Jadi, dapat dikatakan modus dari data adalah 6.

c. Median

Dari contoh soal pada pembahasan modus, kita peroleh data nilai ulangan fisika seorang siswa adalah 8, 4, 5, 6, 7, 5, 6, 7, 5. Setelah data tersebut diurutkan dari yang terkecil, kita peroleh 4, 5, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 8.

Dari data yang telah diurutkan itu, kemudian dibagi menjadi dua bagian yang sama maka dapat ditentukan data yang terletak di tengah. Data yang demikian itu dinamakan *median*.

Pada data ulangan fisika di atas, diperoleh mediannya = 6 di mana di sebelah kanan dan kiri median (6) terdapat empat nilai, sedangkan pada data 3, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 8, maka

$$\underbrace{3, 3, 4}_{\text{tiga nilai}}, \underbrace{4, 5}_{\text{median}}, \underbrace{5, 6, 8}_{\text{tiga nilai}}$$

Mediannya adalah nilai rata-rata dari data keempat dan kelima, yaitu $\frac{4 + 5}{2} = 4,5$.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan sebagai berikut.

Median adalah nilai tengah dari data yang sudah diurutkan. Median terletak di tengah-tengah data, jika banyak data *ganjil*. Jika banyak data *genap*, median adalah nilai rata-rata dari dua data tengah.

Contoh SOAL

Tentukanlah median dari data berikut.

- 5, 8, 7, 8, 10, 9, 9, 6
- 2, 4, 5, 3, 4, 6, 8, 5, 9

Penyelesaian:

- Untuk menentukan median dari data, data itu diurutkan terlebih dahulu.

5, 6, 7, 8, 8, 9, 9, 10
 tiga nilai median tiga nilai

$$\begin{aligned}\text{Median} &= \text{rata-rata dua nilai tengah} \\ &= \frac{\text{data keempat} + \text{data kelima}}{2}\end{aligned}$$

$$= \frac{8 + 8}{2} = 8$$

- Terlebih dahulu data diurutkan

2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 8, 9

Kemudian data dibagi menjadi dua bagian

2, 3, 4, 4, 5, 5, 6, 8, 9
 empat nilai median empat nilai

Karena banyak data di atas ganjil median data terletak di tengah, yaitu 5 yang merupakan data kelima.



KEGIATAN

Nilai	6	7	8	9	10
Banyak Nilai	7	4	4	4	1

Perhatikan data di atas. Carilah dari buku-buku di perpustakaanmu tentang cara menentukan median dari data di atas. Presentasikan hasilnya di depan kelasmu.

LATIHAN 4

- Tentukanlah median dari data hasil ulangan matematika kelas IX pada halaman 53.
- Tentukanlah median dan modus dari data berikut ini.
 - 3, 5, 7, 8, 9, 10, 10, 11, 12
 - 6, 7, 9, 10, 11, 12, 13, 15
 - 2, 2, 3, 6, 9, 4, 3, 5, 9, 11
 - 3, 4, 7, 6, 8, 3, 4, 5, 4, 5, 11, 13
- Hasil ulangan matematika di kelas A yang banyak siswanya 27 orang sebagai berikut.

Nilai	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	4	8	4	5	4	2

Hitunglah median dan modus dari data di atas.
- Buatlah contoh data yang mediannya 9 dan modusnya 7. Banyak data adalah 10.

Tugas Siswa

Diskusikan dengan teman sebangkumu.

- Jika pada kumpulan data tidak ada data yang paling sering muncul, bagaimana modusnya?
- Mungkinkah banyaknya modus dari kumpulan data lebih dari 1? Berikan contohnya.

KEGIATAN

Kumpulkan data mengenai jarak rumah teman-temanmu ke sekolah. Kemudian tentukan mean, modus, dan median dari data yang kalian peroleh.

d. Kuartil

Jika kita perhatikan mengenai median, ternyata median membagi data menjadi dua bagian. Bagaimana jika data-data tersebut dibagi lagi menjadi dua bagian? Cobalah kalian perhatikan uraian berikut ini.

Hasil ulangan matematika seorang siswa adalah

5, 8, 7, 6, 9, 5, 4, 6, 7, 8, 7.

Setelah diurutkan menjadi:

4, 5, 5, 6, 6, 7, 7, 7, 8, 8, 9

↑
median

Dari data yang telah diurutkan terlihat bahwa angka 5, 7, dan 8, membagi data-data tersebut menjadi 4 bagian. Data yang demikian dinamakan *kuartil*.

5 merupakan kuartil pertama atau bawah (Q_1)

7 merupakan kuartil kedua atau tengah (Q_2)

8 merupakan kuartil ketiga atau atas (Q_3)

Kuartil kedua biasa disebut dengan *median*.

Selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah disebut dengan *jangkauan antarkuartil*.

Jadi, jangkauan antarkuartil = $Q_3 - Q_1$

Dari data di atas jangkauan antarkuartilnya = $8 - 5 = 3$.

LATIHAN 5

1. Tentukanlah mean, Q_1 , Q_2 , Q_3 , dan jangkauan antarkuartil dari data berikut ini.

- 6, 7, 2, 3, 4, 8, 10, 12, 7, 6, 4, 12, 14, 16
- 9, 12, 15, 18, 24, 27, 8, 15, 16, 22, 16, 20
- 9, 12, 15, 16, 22, 27, 32, 48, 30, 36, 42, 40, 39

2. Di bawah ini adalah data dari berat 40 siswa kelas IX.

40 46 42 45 42 43 45 42 41 42
42 43 44 41 45 44 40 43 44 43
42 45 40 42 44 46 43 45 45 43
43 43 41 43 46 40 45 42 40 44

Tentukanlah mean, modus, Q_1 , Q_2 , Q_3 , dan jangkauan antarkuartilnya.

3. Berikut ini adalah nilai fisika dari 45 anak.

7	8	9	7	4	3	4	7	4
6	4	3	8	9	4	6	3	7
4	5	5	5	6	6	4	5	8
7	8	4	4	7	7	6	4	8
8	4	6	3	5	6	4	6	7

Tentukan mean, modus, Q_1 , Q_2 , dan Q_3 .

4. Rancanglah data yang mempunyai

- $Q_1 = 5$, $Q_2 = 8$, dan $Q_3 = 10$
- $Q_1 = 7$, $Q_2 = 12$, dan $Q_3 = 17$

KEGIATAN

Terangkan kembali dengan kata-kata kalian sendiri mengenai pengertian mean, median, modus serta kuartil di depan kelas. Gunakan contoh untuk memperjelas.

6 Penyajian Data Tunggal dan Berkelompok

a. Penyajian Data ke dalam Tabel

Tabel 3.4 Distribusi frekuensi

Nilai	Frekuensi
4	2
4,5	1
5	4
5,5	1
6	6
6,5	3
7	2
7,5	7
8	5
9,5	1
10	2

Untuk lebih mudah menentukan mean dan modus suatu data sebaiknya data disajikan terlebih dahulu dalam bentuk tabel, yang biasa disebut dengan *tabel distribusi frekuensi*. Untuk data yang jangkauannya kecil (selisih data terbesar dan terkecil adalah kecil) tabel yang digunakan adalah tabel data tunggal. Pada tabel dituliskan data dan frekuensinya. *Frekuensi* adalah banyaknya data tersebut muncul. Untuk lebih jelasnya perhatikan Tabel 3.2 yang merupakan tabel distribusi frekuensi.

Bagaimana untuk data yang jangkauannya besar, seperti data berikut ini.

72 34 38 43 56 64 75 80 82 78
 56 64 50 68 75 62 81 75 78 72
 60 62 68 70 74 48 54 58 62 68
 68 72 52 68 75 60 64 62 60 62

Kalau dihitung, ternyata jangkauan datanya = $82 - 34 = 48$.

Jika kita menyajikan data tersebut ke dalam tabel data tunggal, maka tabel frekuensinya harus terdiri dari $(48 + 1)$ baris, padahal tidak setiap nilai mempunyai frekuensi. Dengan demikian, cara membuat tabel distribusi frekuensi seperti yang telah dibahas sebelumnya menjadi tidak praktis untuk data seperti di atas karena akan memuat baris yang sangat banyak. Untuk membuat tabel data tersebut, perhatikanlah langkah-langkah berikut ini.

- 1) Tentukanlah jangkauan datanya.
- 2) Tentukanlah lebar kelas interval.
- 3) Tentukanlah banyaknya kelas interval dengan cara membagi jangkauan data dengan kelas interval.

Telah kita ketahui bahwa jangkauan dari data di atas adalah 48.

Jika kita tentukan lebar kelas intervalnya adalah 9, maka banyak kelas interval = $48 : 9 = 5,33$ (dibulatkan menjadi 6).

Untuk penulisan kelas interval pertama dimulai dari data terkecil. Dengan demikian, tabel distribusi frekuensi dari data di atas adalah sebagai berikut.



Untuk Diingat

Dalam menentukan kelas interval pertama tidak harus dimulai dari data terkecil dan untuk mendapatkan informasi yang akurat dari penyajian data berkelompok dalam bentuk tabel, hindari kelas interval yang mengandung frekuensi nol.

Tabel 3.5 Tabel frekuensi dari data

Kelas Interval	Tally (turus)	Frekuensi
34–42		2
43–51		3
52–60		6
61–69		15
70–78		11
79–87		3

LATIHAN 6

1. Buatlah tabel untuk nilai ulangan matematika berikut.

a.

3

4

6

4

3

7

8

8

2

6

6

4

4

8

4

6

3

6

6

4

6

4

8

4

3

6

6

4

6

4

8

4

2

3

7

6

8

6

6

4

b.

6

7

4

6

4

8

8

8

7

5

7

6

7

6

7

6

6

7

3

4

7

6

7

4

7

7

8

7

8

9

7

7
2. Berikut ini adalah nilai dari tes masuk suatu perusahaan. Buatlah tabelnya.

3

4

6

8

7

6

4

3

8

4

7

8

4

5

6

4

4

7

8

7

7

6

4

6

6

3

3

2

3

6

7

8

7

7

3

8

8

4

4

3

4

6

6

7

7

7

4

8

9

6

5

6

8

8

7

6

8

6

6

7

7

5

4

7

7

8

8

8

7

7

4

8

7

4

3

6

6

4

7

7

7

7

7

7

Jika yang diterima, yang nilainya lebih dari 7,5; berapa orang yang diterima?

b. Penyajian Data ke dalam Diagram

1) Piktogram

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering menjumpai penyajian data dengan menggunakan lukisan. Kita akan lebih tertarik ketika melihat penyajian data seperti itu daripada penyajian data menggunakan tabel biasa. Penyajian data seperti itu dinamakan *piktogram* atau *diagram gambar*.





























Coba kalian perhatikan contoh berikut. Berikut ini diberikan data penjualan mobil sedan dari bulan Juli–Desember 2007 di suatu *dealer*.

Tabel 3.6 Data penjualan mobil periode Juli–Desember 2007

Bulan	Banyak mobil terjual
Juli	900
Agustus	1.200
September	1.100
Oktober	800
November	700
Desember	600

Dengan pictogram data di atas dapat disajikan sebagai berikut.

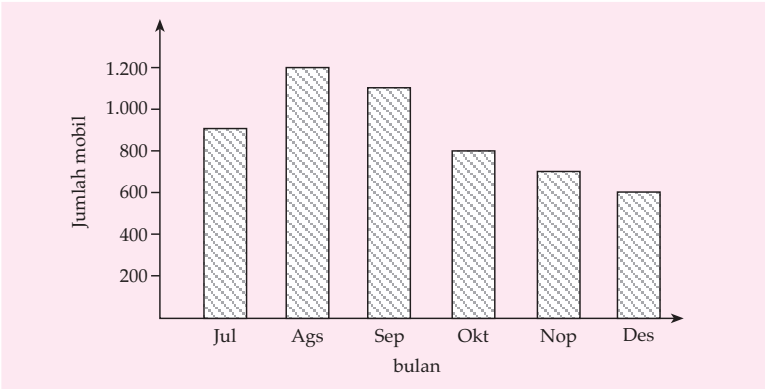
Tabel 3.7 Data penjualan mobil periode Januari–Juni 2004 dalam bentuk pictogram

Bulan	Banyak mobil terjual
Juli	    
Agustus	     
September	     
Oktober	   
November	   
Desember	  

Keterangan:  = 200 mobil
 = 100 mobil

2) Diagram Batang

Suatu data dapat disajikan dalam bentuk *diagram batang*. Diagram batang merupakan cara penyajian data yang dapat dengan jelas menggambarkan data-data yang akan disajikan. Melalui diagram batang, kita dapat melihat data terbesar atau terkecil dengan mudah. Data pada Tabel 3.6 dapat disajikan ke dalam diagram batang seperti pada Gambar 3.1.



Gambar 3.1 Diagram batang

Dari diagram pada Gambar 3.1 terlihat pada bulan Agustus penjualan mobil mencapai penjualan terbesar dan pada bulan Desember penjualan mobil mengalami penjualan terkecil.

3) Diagram Lingkaran

Penyajian data yang juga cukup menarik adalah penyajian data menggunakan lingkaran yang dibagi menjadi beberapa bagian juring. Tiap bagian juring menunjukkan persentase

atau besar sudut dari masing-masing data. Penyajian data yang demikian dinamakan penyajian data dengan *diagram lingkaran*.

Untuk menyajikan data ke dalam diagram lingkaran, perhatikanlah langkah-langkah berikut ini.

- Gambarlah sebuah lingkaran dengan ukuran sembarang.
- Tentukan besar sudut pusat dari juring lingkaran untuk tiap-tiap data.
- Bagilah lingkaran atas juring-juring berdasarkan besar sudut dari tiap data.

Untuk menyajikan data pada Tabel 3.6 ke dalam diagram lingkaran, kita tentukan dahulu besarnya sudut pusat dari juring lingkaran untuk tiap-tiap data, yaitu sebagai berikut.

Jumlah mobil yang terjual dari bulan Juli–Desember 2008 adalah 5.300.

$$\text{Bulan Juli} = \frac{900}{5.300} \times 360^\circ = 61,13^\circ$$

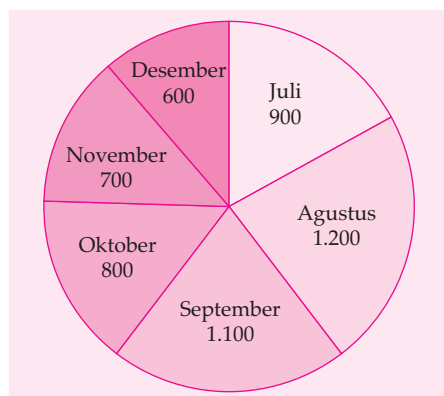
$$\text{Bulan Agustus} = \frac{1.200}{5.300} \times 360^\circ = 81,5^\circ$$

$$\text{Bulan September} = \frac{1.100}{5.300} \times 360^\circ = 74,72^\circ$$

$$\text{Bulan Oktober} = \frac{800}{5.300} \times 360^\circ = 54,34^\circ$$

$$\text{Bulan November} = \frac{700}{5.300} \times 360^\circ = 47,55^\circ$$

$$\text{Bulan Desember} = \frac{600}{5.300} \times 360^\circ = 40,75^\circ$$



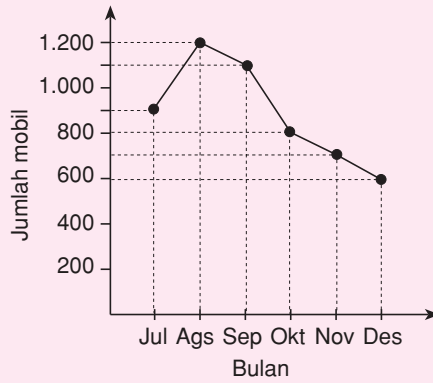
Gambar 3.2 Diagram lingkaran

Jadi, diagram lingkarannya tampak seperti pada Gambar 3.2.

4) Diagram Garis

Pernahkah kalian melihat kartu yang digunakan untuk mengetahui perkembangan dan pertumbuhan seorang balita? Kartu ini biasa dibawa para ibu ketika memeriksakan kondisi anaknya ke posyandu. Pada kartu tersebut terdapat sebuah grafik yang berupa garis, yang menggambarkan umur dan berat badan bayi. Grafik yang demikian disebut *diagram garis*. Diagram garis sangat baik digunakan untuk menyajikan data yang diperoleh secara teratur dan berkesinambungan dari waktu ke waktu.

Jika data pada Tabel 3.4 disajikan ke dalam diagram garis, kita peroleh diagram garisnya seperti pada Gambar 3.3.



Gambar 3.3 Diagram garis

LATIHAN 7

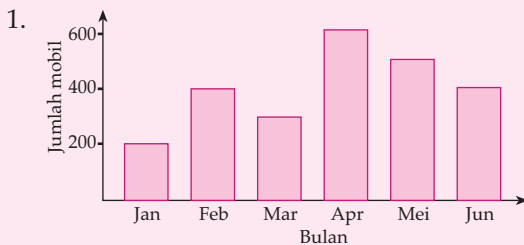


Diagram batang di atas adalah diagram batang penjualan mobil untuk bulan Januari–Juni.

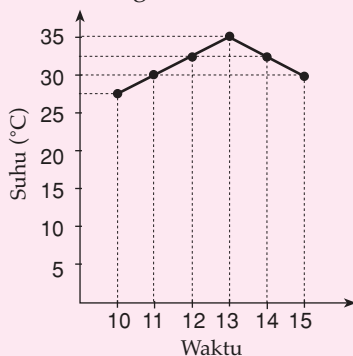
a. Tentukanlah:

- 1) banyaknya penjualan pada bulan Maret;
- 2) bulan dengan penjualan terbesar dan jumlahnya;
- 3) bulan dengan penjualan terkecil dan jumlahnya.

b. Buatlah piktogram dari diagram batang di atas.

c. Tentukanlah total penjualan mobil selama 6 bulan.

2. Perhatikan diagram di bawah ini.



Pada gambar diagram di atas diperlihatkan suhu mulai dari pukul 10.00–15.00. Tentukanlah waktu pada saat

- a. suhu tertinggi, dan
- b. suhu terendah.

3. Perhatikanlah diagram garis di bawah ini.

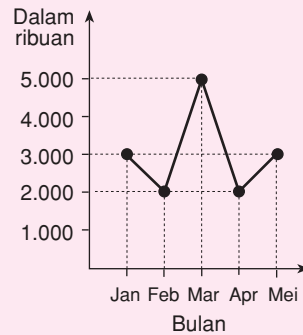
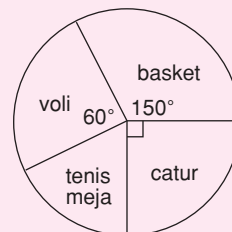


Diagram tersebut menunjukkan keuntungan Toko X antara bulan Januari–Mei. Tentukanlah:

- a. keuntungan terbesar,
- b. keuntungan terkecil, dan
- c. total keuntungan selama bulan Januari–Mei.

4. Perhatikan diagram lingkaran di bawah ini.



Gambar diagram tersebut menunjukkan banyaknya siswa yang mengikuti kegiatan olahraga. Jika yang mengikuti voli 120 orang, tentukanlah:

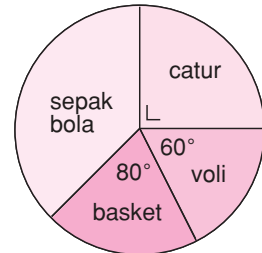
- banyak siswa yang mengikuti catur;
- banyak siswa yang mengikuti basket;
- jumlah seluruh siswa.

5) Penafsiran Diagram suatu Data

Pada bagian sebelumnya kita telah mempelajari penyajian data ke dalam diagram. Pada bagian ini kita akan mencoba membaca atau menafsirkan suatu data yang telah disajikan ke dalam diagram. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

Diagram lingkaran pada Gambar 3.4 menggambarkan kegemaran olahraga siswa kelas IX. Dari diagram lingkaran tersebut dapat kita ketahui bahwa olahraga yang paling banyak digemari siswa kelas IX adalah sepak bola, sedangkan olahraga yang tidak begitu digemari adalah voli.

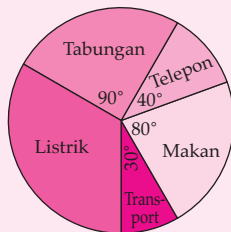
Cobalah kalian cari diagram yang lain dari buku-buku di perpustakaanmu atau dari sumber lain, kemudian tafsirlah diagram tersebut. Bacakan hasil tafsiranmu di depan kelas.



Gambar 3.4 Diagram lingkaran

LATIHAN 8

- Diagram lingkaran di samping adalah penggunaan gaji Ali setiap bulan. Tentukan:



- penggunaan terbesar,
- penggunaan tersedikit.
- Jika gaji Ali Rp3.6000.000,00, tentukan pengeluaran untuk listrik.

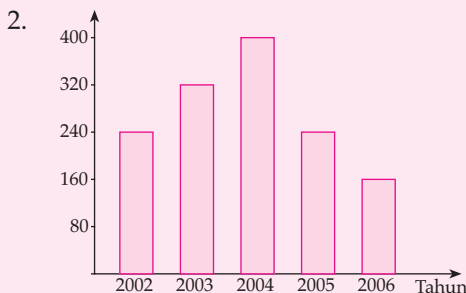


Diagram di atas merupakan diagram penerimaan siswa dari SMP A tahun 2002–2006. Tentukanlah:

- penerimaan siswa terbanyak;

- penerimaan siswa paling sedikit;
- jumlah siswa SMP A pada tahun 2006.

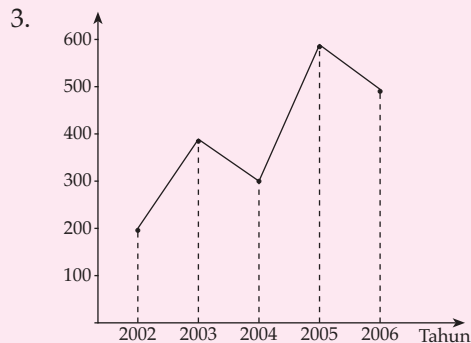





















Diagram di atas merupakan diagram ekspor kendaraan merek A dari tahun 2002–2006.

- Tentukan tahun dengan jumlah ekspor terbanyak.
- Tentukan tahun dengan jumlah ekspor paling sedikit.
- Tentukan kenaikan ekspor dari tahun 2004 ke 2005.
- Tentukan penurunan ekspor dari tahun 2005 ke 2006.

4.

Sepeda	   
Jalan Kaki	    
Bis	     
Mobil	  

 mewakili 30 siswa

- Tentukanlah banyak siswa yang menggunakan bis.
- Tentukan alat transportasi yang paling sedikit digunakan.
- Tentukan jumlah siswa di sekolah tersebut.



Ruang Sampel dan Titik Sampel Percobaan

Dalam kehidupan sehari-hari kita sering berhubungan dengan percobaan statistik. Contohnya dalam permainan bola untuk menentukan tim yang menendang pertama dilakukan pelemparan uang logam. Masih banyak lagi percobaan seperti di atas. Untuk itu, perhatikanlah pembahasan berikut.

1 Pengertian Percobaan Statistika, Ruang Sampel, dan Titik Sampel

Pernahkah kalian memerhatikan yang dilakukan wasit sebelum pertandingan sepak bola dimulai? Wasit biasanya melempar sebuah mata uang logam untuk menentukan tim yang menendang bola pertama kali. Kemungkinan yang terjadi pada pelemparan sekeping uang logam adalah munculnya angka (A) atau gambar (G), dan tidak mungkin kedua-duanya.

Kegiatan pelemparan sekeping uang logam yang dilakukan wasit merupakan contoh *percobaan statistika sederhana*. Himpunan yang memuat semua kemungkinan yang terjadi pada suatu percobaan disebut *ruang sampel*, sedangkan elemen atau unsur dalam ruang sampel disebut *titik sampel*.

Dari percobaan pelemparan sekeping uang logam di atas, kita peroleh

ruang sampel = {A, G}

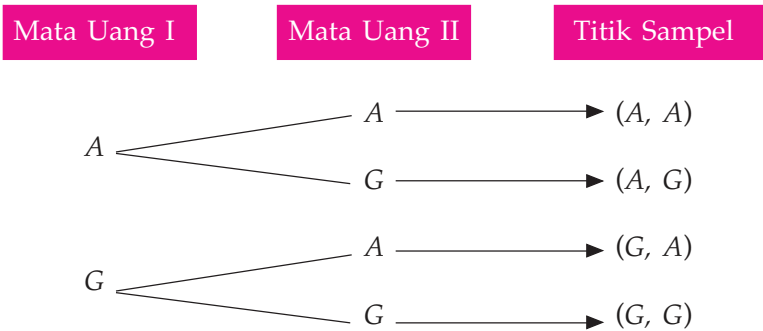
titik sampel = A dan G

2 Penentuan Ruang Sampel suatu Percobaan dengan Mendata Titik-Titik Sampelnya

Pada bagian sebelumnya kita telah mengetahui ruang sampel dari percobaan pelemparan sekeping uang logam. Bagaimana dengan pelemparan dua keping uang logam satu kali? Dapatkah kalian menentukan ruang sampelnya?

Untuk menentukan ruang sampel dari percobaan di atas dapat ditentukan dengan diagram pohon dan tabel.

a. Diagram Pohon



Jadi, ruang sampel dari pelemparan dua keping uang logam satu kali adalah $\{(A, A), (A, G), (G, A), (G, G)\}$. Titik sampelnya ada 4, yaitu (A, A) , (A, G) , (G, A) , dan (G, G) .

b. Tabel

Tabel 3.8 Ruang sampel dari pelemparan dua keping uang logam

	A	G	← mata uang II
A	A, A	A, G	
G	G, A	G, G	

↑
mata uang I

LATIHAN 9

- Tiga mata uang dilempar satu kali. Tentukan ruang sampel dan titik sampelnya dengan menggunakan:
 - diagram, dan
 - tabel.
- Jika empat mata uang ditos atau dilempar satu kali, tentukan
 - titik sampel dari empat mata uang, dan
 - ruang sampelnya.
- Dua mata uang dan sebuah dadu ditos satu kali. Tentukanlah ruang sampel dan titik sampel dengan menggunakan
 - diagram, dan
 - tabel.
- Dua uang logam dilempar dengan beberapa dadu.
 - Jika banyak titik sampelnya 24, tentukan banyak dadu dan ruang sampelnya.
 - Jika banyak titik sampelnya 144, tentukan banyak dadu dan ruang sampelnya.
- Tentukan banyak titik sampel dari percobaan berikut.
 - Pelemparan dua uang logam dan sebuah dadu secara bersamaan.
 - Pelemparan dua uang logam dan dua buah dadu secara bersamaan.

Tugas Siswa

Diskusikan dengan teman sebangkumu.

Jika m buah mata uang logam dan n buah dadu dilemparkan satu kali secara bersamaan, berapakah banyak titik sampelnya?



Kejadian dan Peluang Kejadian

Pada subbab sebelumnya telah kalian pelajari titik sampel dan ruang sampel. Materi tersebut akan kita gunakan pada pembahasan berikut. Untuk lebih jelasnya, perhatikan pembahasan berikut.

1 Kejadian dan Ruang Sampel

Pada suatu percobaan pelemparan sekeping mata uang, telah kita ketahui hasil yang mungkin dari percobaan itu adalah muncul sisi angka (A) atau sisi gambar (G). Munculnya sisi gambar merupakan suatu kejadian. Gabungan dari kejadian muncul sisi angka dengan sisi gambar disebut ruang sampel.

Himpunan semua hasil yang mungkin dari suatu percobaan disebut *ruang sampel*. Ruang sampel umumnya dinotasikan dengan S . Setiap anggota ruang sampel disebut titik sampel. Kejadian adalah himpunan bagian dari ruang sampel S . Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut.

Contoh SOAL

Sebuah dadu dilempar sekali. Berapa banyak kemungkinan munculnya mata dadu bernomor genap?

Penyelesaian:

Ruang sampel = $S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ dan banyak titik sampel $n(S) = 6$

Jika A adalah kejadian munculnya bilangan genap maka $A = \{2, 4, 6\}$ dan banyaknya titik sampel $n(A) = 3$.

Jadi, banyak kemungkinan muncul mata dadu bernomor genap adalah 3.

2 Frekuensi Relatif (Nisbi) dan Peluang

Dalam percobaan melempar sekeping uang logam, anak pertama melakukan 20 kali pelemparan. Anak kedua melakukan 30 kali pelemparan dan anak ketiga melakukan 40 kali pelemparan. Hasil dari pelemparan itu: anak pertama mendapatkan 12 kali munculnya angka, anak kedua mendapatkan 14 kali muncul angka dan anak ketiga mendapatkan 24 kali muncul angka. Data-data tersebut dapat ditulis dalam bentuk tabel sebagai berikut.

Banyaknya lemparan	20	30	40
Munculnya angka	12	14	24

Dari data di atas dapat ditentukan frekuensi relatif, yaitu:

$$\text{Frekuensi relatif} = \frac{\text{Banyaknya kejadian yang muncul}}{\text{Banyaknya kejadian seluruhnya}}$$

Dari data pada tabel di atas, diperoleh

- Untuk 20 kali pelemparan, frekuensi relatifnya = $\frac{12}{20} = 0,6$
- Untuk 30 kali pelemparan, frekuensi relatifnya = $\frac{14}{30} = 0,46$
- Untuk 40 kali pelemparan, frekuensi relatifnya = $\frac{24}{40} = 0,6$

Jika jumlah lemparan diperbanyak terus, frekuensi relatif muncul angka akan mendekati $\frac{1}{2}$ yang disebut sebagai nilai kemungkinan atau peluang (probalitas) dari kejadian muncul angka.

Jadi, *nilai kemungkinan* atau *peluang* hasil dari suatu percobaan adalah suatu bilangan yang didekati oleh frekuensi relatifnya jika percobaan itu dilakukan sangat banyak.

KEGIATAN

- Lakukanlah percobaan melempar sekeping uang logam sebanyak berikut ini. Catatlah hasil muncul gambar dalam setiap percobaan pada tabel berikut.

Banyak pelemparan (kali)	25	50	100	250	500
Banyak gambar yang muncul

- Hitunglah frekuensi relatif dari muncul gambar pada setiap percobaan di atas.
- Apakah frekuensi relatif dari muncul gambar mendekati $\frac{1}{2}$?

LATIHAN 10

- Sebuah mata uang dilempar 60 kali, ternyata 32 kali muncul gambar. Tentukan frekuensi relatif munculnya gambar.
- Sebuah dadu dilempar 12 kali, ternyata 3 kali muncul angka 1. Tentukan frekuensi relatif munculnya angka 1.
- Seorang kiper dapat menangkap 12 kali dari 20 tendangan penalti. Tentukan frekuensi relatifnya.
- Seorang anak dapat memasukkan bola ke keranjang sebanyak 12 kali dari 20 kali lemparan. Tentukan frekuensi relatifnya.

3 Perhitungan Peluang Setiap Titik Sampel

Dalam pembahasan sebelumnya telah kita ketahui bahwa pada pelemparan sekeping uang logam, peluang munculnya angka sama dengan $\frac{1}{2}$. Pada kejadian itu, bilangan $\frac{1}{2}$ dapat diartikan sebagai berikut.

Jika A = kejadian muncul angka, maka bilangan 1 menyatakan banyak titik sampel kejadian A , yaitu angka, sedangkan bilangan 2 menyatakan banyak anggota pada ruang sampel, yaitu angka dan gambar.

Jika kondisi uang logam pada setiap sisi seimbang, setiap sisi uang mempunyai kesempatan yang sama untuk muncul maka peluang muncul gambar (G) juga sama, yaitu:

$$P(A) = P(G) = \frac{1}{2} \rightarrow \begin{array}{c} \text{banyak titik sampel kejadian} \\ \downarrow \\ \text{banyak titik sampel pada ruang sampel} \end{array}$$

Dengan demikian, dapat disimpulkan hal berikut.

$$\text{Peluang suatu kejadian} = \frac{\text{Banyak titik sampel kejadian}}{\text{Banyak titik sampel pada ruang sampel}}$$

Sekarang, bagaimana dengan pelemparan sebuah dadu satu kali? Berapakah peluang munculnya mata dadu 3? Berapakah peluang munculnya mata dadu 6? Pada pelemparan sebuah dadu satu kali, kita peroleh

$$\text{Ruang sampel} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{banyak anggota ruang sampel ada 6} \\ \text{banyak titik sampel 3 ada 1} \\ \text{banyak titik sampel 6 ada 1} \end{array}$$

Jadi,

$$P(\text{munculnya mata dadu 3}) = \frac{\text{banyaknya titik sampel 3}}{\text{banyak anggota ruang sampel}} = \frac{1}{6}$$

$$P(\text{munculnya mata dadu 6}) = \frac{\text{banyaknya titik sampel 6}}{\text{banyak anggota ruang sampel}} = \frac{1}{6}$$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan bahwa peluang setiap titik sampel adalah *sama*.

Contoh SOAL

Sebuah dadu dan sebuah mata uang dilempar satu kali. Tentukan peluang munculnya mata dadu 5 dan gambar pada mata uang.

Penyelesaian:

D \ U	1	2	3	4	5	6
A	A, 1	A, 2	A, 3	A, 4	A, 5	A, 6
G	G, 1	G, 2	G, 3	G, 4	G, 5	G, 6

Banyaknya anggota ruang sampel ($n(S)$) = 12
Misal, kejadian A adalah kejadian munculnya mata dadu 5 dan gambar pada mata uang.
Banyaknya titik sampel kejadian A , $n(A) = 1$.

$$\begin{aligned} \text{Jadi, } P(A) &= \frac{n(A)}{n(S)} \\ &= \frac{1}{12}. \end{aligned}$$

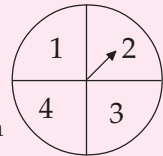
LATIHAN 11

- Tentukan peluang muncul dua gambar pada dua mata uang yang dilempar satu kali.
- Dari satu set kartu diambil satu kartu secara acak. Tentukanlah peluang terambilnya:
 - kartu As,
 - kartu angka 9,
 - kartu King merah,
 - kartu bukan angka, dan
 - kartu bukan gambar.
- Dari sebuah papan yang bertuliskan angka 1, 2, 3, dan 4 diputar satu kali. Tentukanlah peluang jarum menunjukkan:
 - angka 1,
 - angka genap,
 - angka bukan 4,
 - angka lebih dari 1, dan
 - angka kurang dari 3.
- Sebuah dadu dan sebuah mata uang dilempar bersamaan satu kali. Jika:

$$A = \{\text{muncul gambar dan bilangan genap}\}$$

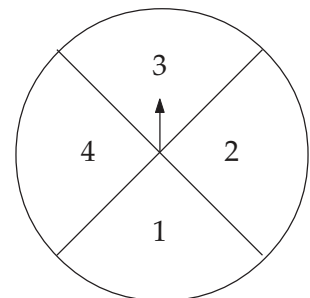
$$B = \{\text{muncul bilangan prima}\}$$

$$C = \{\text{muncul angka dan bilangan ganjil}\}$$
 Tentukanlah $P(A)$, $P(B)$, dan $P(C)$.



4 Peluang Suatu Kejadian

Sebuah lingkaran undian bernomor 1, 2, 3, dan 4 dengan jarum penunjuk diputar seperti tampak pada Gambar 3.6. Jika besar sudut pusat tiap juring lingkaran bernomor itu sama dan lingkaran itu kita putar satu kali, maka setiap juring mempunyai kesempatan yang sama untuk terpilih. Berarti, kemungkinan tanda panah menunjukkan angka 3 adalah $\frac{1}{4}$, karena angka 3 memiliki kemungkinan terpilih yang sama dengan angka lain yaitu satu kejadian dan banyak kejadian yang mungkin muncul adalah 4. Jadi, peluang muncul angka 3 adalah $\frac{1}{4}$. Dari uraian di atas, peluang kejadian A dapat didefinisikan sebagai berikut.



Gambar 3.6 Lingkaran undian

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} \quad \text{dengan } n(A) = \text{banyak kejadian } A$$

$$n(S) = \text{banyak kejadian yang mungkin}$$

Contoh SOAL

Di dalam sebuah kantong terdapat 3 kelereng merah dan 2 kelereng hijau. Tentukanlah peluang terambilnya kelereng merah.

Penyelesaian:

Banyak kelereng dalam kantong = $3 + 2 = 5$

$$P(\text{merah}) = \frac{\text{banyak kejadian terambil merah}}{\text{banyak kejadian yang mungkin}} = \frac{3}{5}$$

LATIHAN 12

1. Di dalam kotak terdapat 5 kelereng merah, 4 hijau, dan 6 biru. Diambil satu kelereng secara acak dari kotak tersebut. Tentukanlah peluang terambilnya
 - a. kelereng merah,
 - b. kelereng hijau, dan
 - c. kelereng biru.
2. Di dalam kotak ada 2 kelereng merah, 5 hijau, dan 3 biru. Jika diambil satu kelereng dan dikembalikan lagi, kemudian diambil satu kelereng lagi, tentukan peluang terambilnya
 - a. keduanya merah,
 - b. keduanya hijau,
 - c. keduanya biru,
 - d. merah dan hijau, dan
 - e. biru dan hijau.
3. Dua dadu dilempar satu kali. Tentukan peluang
 - a. muncul mata dadu berjumlah 5,
 - b. muncul mata dadu berjumlah 4,
 - c. muncul mata dadu berjumlah lebih dari 3,
 - d. muncul mata dadu berjumlah kurang dari 10,
 - e. muncul mata dadu berjumlah genap,
 - f. muncul mata dadu berjumlah ganjil,
 - g. muncul mata dadu berjumlah prima, dan
 - h. muncul mata dadu pertama lebih dari mata dadu kedua.

5 Batas Peluang Suatu Kejadian

Sebuah mata uang dilemparkan satu kali. Peluang munculnya angka dapat dinyatakan dalam bentuk notasi $P(A)$, dengan A adalah banyaknya muncul sisi angka.

Sebuah dadu dilempar satu kali, peluang munculnya mata dadu 5 adalah $P(5) = \frac{1}{6}$, karena ada 1 kejadian muncul mata dadu 5 dari 6 kemungkinan yang muncul, yaitu mata dadu 1, 2, 3, 4, 5, dan 6.

Nilai dari suatu peluang mempunyai batas-batas tertentu. Adapun batas-batas tersebut adalah $0 \leq P \leq 1$.

Batas nilai peluang suatu kejadian adalah dari 0 sampai dengan 1.

Jika $P(A) = 0$ dapat disebut sebagai kemustahilan.

Jika $P(A) = 1$ dapat disebut sebagai kepastian.

Misalnya: besok matahari terbit di Barat maka $P(A) = 0$

besok matahari terbit di Timur maka $P(A) = 1$

Jika peluang suatu kejadian A , ditulis $P(A)$ dan peluang bukan kejadian A ditulis $P(A')$ maka

$$P(A) + P(A') = 1$$

Misalkan peluang seorang anak naik kelas adalah 0,98. Jika ada 200 anak maka kemungkinan anak yang naik kelas adalah

$$\begin{aligned}P(A) \times 200 &= 0,98 \times 200 \\&= 196 \text{ anak}\end{aligned}$$

Jika peluang seorang anak naik kelas adalah 0,98, maka peluang seorang anak tidak naik kelas adalah $1 - 0,98 = 0,02$.

Math Quiz



Jika:

$P(A)$ = peluang kejadian A

$P(A')$ = peluang bukan kejadian A

buktikan:

$$P(A) + P(A') = 1$$

Contoh SOAL

Di suatu daerah terjangkit wabah. Peluang seseorang terjangkit wabah adalah 0,05. Jika ada 6.000 orang di daerah tersebut, berapa orang yang diharapkan tidak terjangkit wabah?

Penyelesaian:

Jika $P(A)$ = peluang terjangkit wabah = 0,05

$$\begin{aligned}P(A') &= \text{peluang tidak terjangkit wabah} \\&= 1 - 0,05 \\&= 0,95\end{aligned}$$

Banyak orang yang diharapkan tidak terjangkit wabah $0,95 \times 6.000 = 5.700$ orang.

LATIHAN 13

1. Peluang seorang anak lulus ujian adalah 0,98. Jika ada 100 anak di sekolah tersebut, tentukanlah:
 - a. banyak anak yang lulus ujian, dan
 - b. banyak anak yang tidak lulus ujian.
2. Setelah diadakan penelitian terhadap suatu obat, ternyata tingkat kemanjurannya adalah 0,00002. Jika ada 12 orang yang tidak sembuh oleh obat tersebut, berapa orang yang dapat sembuh dengan obat itu?
3. Peluang terjadinya kecelakaan di suatu jalan adalah 0,000002. Jika dalam satu tahun ada 12 kecelakaan yang terjadi, tentukanlah:
 - a. kendaraan yang lewat jalan tersebut;
 - b. kendaraan yang tidak mengalami kecelakaan.
4. Peluang seorang anak diterima di suatu perguruan tinggi adalah 0,002. Jika ada 80.000 orang yang mengikuti tes, berapa orang yang diterima?

6 Frekuensi Harapan

Pada bagian sebelumnya tentang frekuensi relatif telah dibahas bahwa dalam percobaan melempar sekeping mata uang logam berulang-ulang dengan percobaan yang semakin banyak akan diperoleh munculnya angka dan munculnya gambar yang hampir sama. Artinya, semakin banyak lemparan yang dilakukan, munculnya angka akan mendekati nilai peluang kejadian atau setengah dari banyaknya lemparan.

Inilah yang dinamakan *frekuensi harapan*. Dapat dikatakan frekuensi harapan merupakan banyak kejadian yang diharapkan dalam suatu percobaan.

Frekuensi harapan munculnya angka $= \frac{1}{2} \times N$, dengan N = banyaknya lemparan.

Jadi, frekuensi harapan kejadian $A = P(A) \times N$
dengan $P(A)$ = peluang kejadian A dan
 N = banyak percobaan

Contoh SOAL

Dari 100 kali pelemparan sebuah uang logam diperoleh 45 kali muncul gambar. Tentukan frekuensi harapan munculnya gambar.

Penyelesaian:

Misal A = kejadian munculnya gambar

$P(A)$ = peluang kejadian muncul gambar

$$= \frac{\text{banyaknya kejadian } A}{\text{keseluruhan kejadian}} = \frac{1}{2}$$

frekuensi harapan muncul gambar

$$= P(A) \times N$$

$$= \frac{1}{2} \times 100$$

$$= 50 \text{ kali}$$

Jadi, frekuensi harapan munculnya gambar adalah 50 kali.

LATIHAN 14

- Dari 20 kali pelemparan sebuah uang logam didapat 8 kali muncul gambar. Tentukan
 - frekuensi harapan munculnya gambar, dan
 - frekuensi harapan munculnya angka.
- Seorang anak melempar dua mata uang sebanyak 24 kali. Tentukan frekuensi harapan
 - muncul keduanya gambar,
 - muncul keduanya angka, dan
 - muncul keduanya bukan angka.
- Seorang anak melempar sebuah dadu dan sebuah mata uang sebanyak 24 kali. Tentukanlah frekuensi harapan munculnya
 - angka 1 dan gambar,
 - angka genap dan angka ganjil, dan
 - angka bukan prima dan gambar.
- Sebuah dadu dilempar 100 kali. Tabel berikut menunjukkan hasil pelemparan.

Angka	1	2	3	4	5	6
Frekuensi	14	17	20	15	16	18

 Tentukan frekuensi harapan dan frekuensi relatif munculnya
 - mata dadu 2,
 - mata dadu 3,
 - mata dadu ganjil,
 - mata dadu prima,
 - mata dadu lebih dari 3.

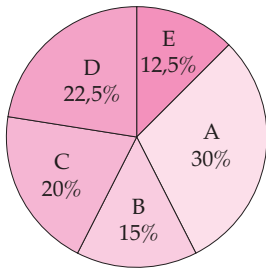


Aplikasi Statistika dalam Kehidupan

Statistika sering digunakan dalam kehidupan sehari-hari. Misalnya dalam kegiatan perkantoran, mengetahui jumlah penduduk maupun dalam kegiatan sekolah. Agar lebih jelas, perhatikan contoh berikut.

Contoh SOAL

Berikut ini merupakan diagram dari data jumlah penduduk suatu desa, tahun 2000. Jumlah seluruh penduduk 550.000 jiwa.



Tentukan:

- Desa yang memiliki jumlah penduduk paling banyak.
- Desa yang memiliki jumlah penduduk paling sedikit.
- Selisih jumlah penduduk dari desa B dan desa E.

Penyelesaian:

Jumlah penduduk untuk setiap desa

$$\text{Desa A} = \frac{30}{100} \times 550.000 = 165.000 \text{ jiwa}$$

$$\text{Desa B} = \frac{15}{100} \times 550.000 = 82.500 \text{ jiwa}$$

$$\text{Desa C} = \frac{20}{100} \times 550.000 = 110.000 \text{ jiwa}$$

$$\text{Desa D} = \frac{22,5}{100} \times 550.000 = 123.750 \text{ jiwa}$$

$$\text{Desa E} = \frac{12,5}{100} \times 550.000 = 68.750 \text{ jiwa}$$

Dari data tersebut diperoleh

- Desa berpenduduk paling banyak adalah desa A.
- Desa berpenduduk paling sedikit adalah desa E.
- Selisih desa B dan E = $82.500 - 68.750 = 13.750$ jiwa.

Soal-Soal Kontekstual

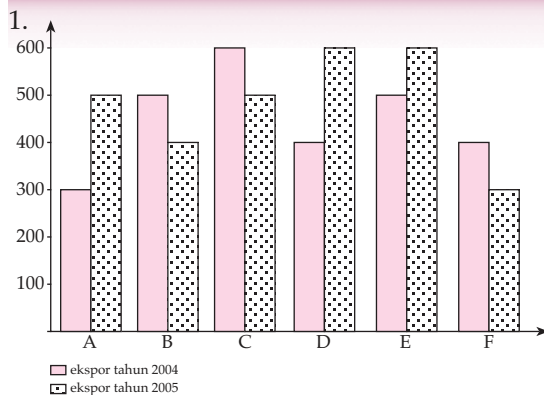
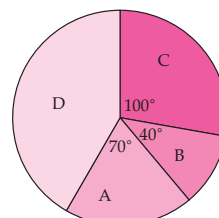


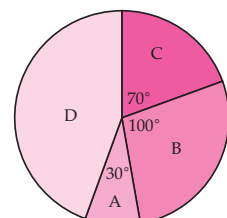
Diagram di atas adalah diagram ekspor kendaraan jenis A, B, C, D, E, dan F pada tahun 2004 dan 2005. Tentukan

- jenis kendaraan yang mengalami kenaikan ekspor,
- jenis kendaraan yang mengalami penurunan ekspor, dan
- jenis kendaraan yang persentase kenaikan ekspornya terbesar.

- Peluang seseorang terjangkit suatu penyakit adalah 0,003. Jika ada 1.000 orang dalam suatu daerah, berapa orang yang tidak terjangkit penyakit?
- Sebuah perusahaan kosmetik menjual 4 produk, yaitu produk A, B, C, dan D. Jumlah seluruh produk yang terjual 1.800 buah. Hasil penjualannya pada tahun 2003 dan tahun 2004 ditampilkan pada diagram lingkaran berikut.



Tahun 2003



Tahun 2004

Tentukan:

- produk yang mengalami peningkatan penjualan,

- | | |
|---|--|
| b. produk yang mengalami penurunan penjualan, | mengalami penurunan terbesar, dan |
| c. produk yang persentasi penjualannya | d. produk yang persentasi penjualannya mengalami peningkatan terbesar. |

RANGKUMAN

1. Data dapat diperoleh dengan cara mencacah dan mengukur.
2. Jangkauan data = data terbesar – data terkecil
3. $\text{Mean} = \frac{\text{Jumlah dari data}}{\text{banyak data}}$
4. Modus adalah data yang sering muncul (frekuensinya terbesar).
5. Median adalah nilai tengah dari data yang sudah diurutkan.
6. Kuartil adalah suatu nilai yang membagi data yang telah diurutkan menjadi 4 bagian.
7. Jangkauan antarkuartil $(Q_d) = Q_3 - Q_1$
8. Piktogram adalah penyajian data dalam bentuk gambar.
9. Diagram batang adalah penyajian data dalam bentuk batang.
10. Diagram lingkaran adalah penyajian data dalam bentuk lingkaran.
11. Diagram garis adalah penyajian data dalam bentuk garis.
12. Sampel adalah bagian populasi yang diamati secara langsung.
13. Populasi adalah keseluruhan objek yang menjadi sasaran penelitian.
14. Ruang sampel adalah himpunan yang memuat semua kemungkinan yang terjadi dari suatu percobaan.
15. Titik sampel adalah unsur dalam ruang sampel.
16. Peluang kejadian A $(P(A)) = \frac{n(A)}{n(S)}$
 $n(A)$ = banyak titik sampel kejadian A
 $n(S)$ = banyak anggota ruang sampel
17. Frekuensi harapan kejadian $A = P(A) \times N$

Uji Kompetensi Bab 3

A Pilihan ganda

Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

1. 2, 3, 4, 4, 6, 4, 5

Modus dari data di atas adalah

- a. 2 c. 4
b. 3 d. 5

2. 4, 6, 7, 6, 3, 4, 2, 4

Median dari data di atas adalah

- a. 3 c. 6
b. 4 d. 7

3. Nilai median dan modus dari tabel di samping adalah

Nilai	f
3	6
4	4
5	2
6	5
7	3
8	2

- a. 2 dan 6 c. 4 dan 6
b. 3 dan 5 d. 5 dan 3

4. Tinggi rata-rata dari 40 anak dalam suatu kelas adalah 158 cm. Jika bertambah 10 anak yang tinggi rata-ratanya adalah 162 cm, maka tinggi rata-rata anak di kelas tersebut adalah

- a. 158 c. 158,8
b. 158,5 d. 160

5. Nilai rata-rata matematika 10 anak adalah 6,5. Jika masuk 5 orang dengan rata-rata 9,0; maka nilai rata-rata matematika anak-anak itu sekarang adalah

- a. 7 c. 7,5
b. 7,3 d. 7,75

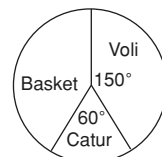
- 6.

Nilai	5	6	7	8	9	10
f	3	4	2	5	6	3

Berdasarkan data di atas, median dari data tersebut adalah

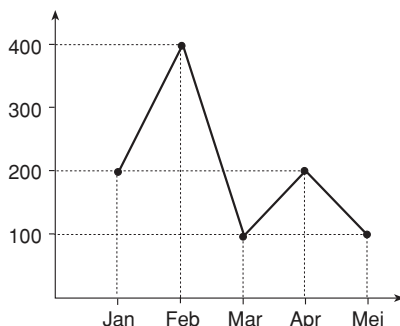
- a. 7 c. 8
b. 7,5 d. 9

7. Jika yang mengikuti catur ada 18 orang maka jumlah yang mengikuti olahraga basket adalah



- a. 30 orang c. 60 orang
b. 45 orang d. 90 orang

- 8.



Rata-rata penjualan mobil tiap bulan selama Januari–Mei adalah

- a. 100 c. 250
b. 200 d. 300

- 9.

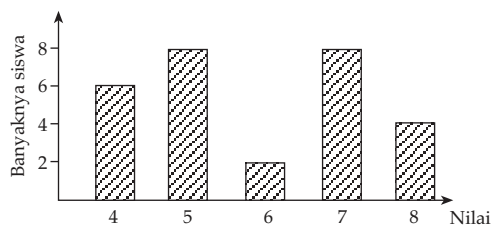


Diagram batang di atas adalah diagram nilai ulangan matematika dari suatu kelas. Mean dari diagram di atas adalah

- a. 5,9 c. 6,8
b. 6,4 d. 7,2

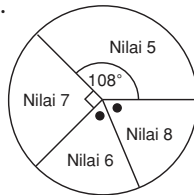
10. Nilai rata-rata ulangan matematika dari 35 orang siswa adalah 54. Jika nilai dari

seorang siswa digabungkan dengan kelompok tersebut maka nilai rata-ratanya menjadi 55. Nilai matematika yang diperoleh anak itu adalah

- a. 70
- b. 80
- c. 85
- d. 90

11. Jika diagram di bawah ini yang mendapat nilai 5 ada 12 orang, mean dari seluruh data adalah

- a. 6,4
- b. 6,5
- c. 6,8
- d. 7,2



12. Mean, median, dan modus dari data di samping adalah

- a. 6, 7, 7
- b. 6,5, 7, 7
- c. 7, 7, 7
- d. 8, 8, 7

Nilai	f
4	8
5	6
6	9
7	10
8	6
9	8

13. Dua dadu dilempar satu kali secara bersamaan. Peluang munculnya jumlah kedua mata dadu 6 atau 10 pada kedua dadu adalah

- a. $\frac{1}{9}$
- b. $\frac{2}{9}$
- c. $\frac{3}{9}$
- d. $\frac{4}{9}$

14. Kotak A berisi 3 bola merah dan 5 bola putih. Kotak B berisi 6 bola merah dan 2 bola putih. Sebuah bola diambil secara acak dari masing-masing kotak. Peluang terambilnya bola merah dari kotak A dan B adalah

- a. $\frac{8}{64}$
- b. $\frac{9}{32}$
- c. $\frac{10}{64}$
- d. $\frac{12}{32}$

15. Peluang gagal ujian adalah 0,26. Jika yang lulus ujian 222 orang maka yang mengikuti ujian sebanyak ... orang.

- a. 100
- b. 200
- c. 300
- d. 400

16. Suatu kelas terdiri dari 40 orang siswa. 25 siswa gemar bermain basket, 20 siswa gemar bermain voli, dan 3 siswa tidak gemar keduanya. Jika seorang siswa dipilih maka peluang yang terpilih gemar bermain basket dan voli adalah

- a. $\frac{1}{5}$
- b. $\frac{1}{10}$
- c. $\frac{2}{5}$
- d. $\frac{4}{5}$

17. Jika peluang seorang anak lulus ujian adalah $\frac{9}{17}$ maka peluang tidak lulus ujian adalah

- a. $\frac{6}{17}$
- b. $\frac{8}{17}$
- c. $\frac{17}{16}$
- d. $\frac{17}{8}$

18. Sebuah kotak berisi 40 pena biru, 100 pena merah, dan 60 pena hijau. Jika diambil 1 pena maka peluang pena merah dapat terambil adalah

- a. 0,5
- b. 0,01
- c. 0,05
- d. 0,005

19. Sebuah kubus rusuknya 4 cm. Semua sisinya dicat merah. Jika kubus itu dipotong-potong menjadi kubus-kubus kecil dengan rusuk 1 cm, kemudian diambil sebuah kubus secara acak, peluang terambilnya kubus kecil dengan satu sisi berwarna merah adalah

- a. $\frac{1}{8}$
- b. $\frac{1}{4}$
- c. $\frac{3}{8}$
- d. $\frac{1}{2}$

20. Ada 8 orang dalam suatu ruangan. Jika mereka ingin bersalaman sekali dengan setiap orang maka jabat tangan yang akan terjadi sebanyak

- a. 24
- b. 28
- c. 30
- d. 36

B Esai

Selesaikanlah soal-soal di bawah ini.

1. Berikut ini adalah data ulangan dari 40 anak.

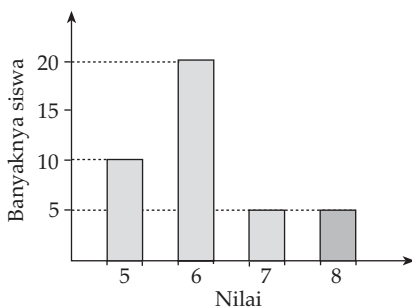
4 7 6 8 7 3 9 4 5 6
6 8 7 9 6 9 6 7 8 7
7 7 8 7 6 8 7 7 8 7
6 8 7 6 8 8 9 9 7 8

- Buatlah tabel distribusi frekuensi.
 - Tentukanlah data terbesar dan terkecil.
 - Tentukan jangkauannya.
2. Perhatikan data berikut.
7, 8, 7, 6, 7, 6, 5, 4, 7, 7, 6, 4, 4, 7, 5
Tentukanlah
- mean;
 - median;
 - modus;
 - kuartil bawah Q_1 ;
 - kuartil tengah Q_2 ;
 - kuartil atas Q_3 .
3. Berikut ini adalah data produksi mobil A selama 5 bulan.

Bulan	Banyaknya mobil
Januari	200
Februari	300
Maret	400
April	300
Mei	300

Nyatakanlah tabel data tersebut ke dalam bentuk

- piktogram;
 - diagram batang;
 - diagram garis;
 - diagram lingkaran.
4. Berikut ini adalah data dari nilai ulangan matematika.



Tentukan nilai rata-rata ulangan matematika itu.

5. Data berikut adalah lamanya orang melakukan perjalanan.

Waktu (jam)	Frekuensi
1–3	1
4–6	3
7–9	5
10–12	6
13–15	10
16–18	7
19–21	8
22–24	5

Nyatakan data pada tabel di atas dalam bentuk

- piktogram;
 - diagram batang;
 - diagram garis;
 - diagram lingkaran.
6. Data berikut adalah berat gula yang diukur oleh 36 buruh pabrik.
- 50 56 47 62 51 59 49 53 60
41 63 52 42 48 56 65 36 46
55 45 39 66 43 62 54 60 52
64 42 53 58 4 59 51 67 58
- Buatlah tabel distribusi dari data di atas.
 - Gambarkan data di atas dalam bentuk
 - piktogram;
 - diagram batang;
 - diagram lingkaran.
7. Data berikut adalah waktu yang dibutuhkan untuk sampai di sekolah.

15 10 4 13 22 14 8 19 11
7 14 20 11 17 6 21 24 15
19 2 16 2 17 10 14 21 9
13 9 11 14 20 4 15 18 17
21 16 19 23 9 18 12 23 15

Jika diberikan interval kelas 1–3, 4–5, ..., 22–24,

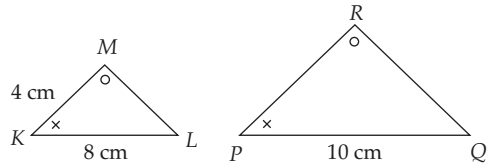
- a. buatlah tabel distribusi frekuensinya, dan
 - b. sajikan data dalam bentuk diagram batang.
8. Dua mata uang logam dilempar bersamaan satu kali. Tentukanlah
- a. ruang sampel dan banyaknya titik sampel;
 - b. banyaknya titik sampel yang merupakan kejadian munculnya 1 angka; 1 gambar; 2 angka; 1 angka 1 gambar.
9. Tiga mata uang logam dilempar bersamaan sebanyak satu kali. Tentukanlah:
- a. Ruang sampel dan banyaknya titik sampel;
 - b. peluang munculnya 3A; 3G; 2A dan 1G, 2G dan 1A.
10. Sebuah dadu dilempar sebanyak dua kali. Tentukan besarnya frekuensi harapan untuk memperoleh:
- a. sisi bilangan prima, dan
 - b. sisi bilangan genap.

Latihan Ulangan Umum Semester 1

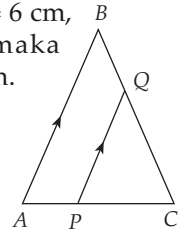
A Pilihan ganda

Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

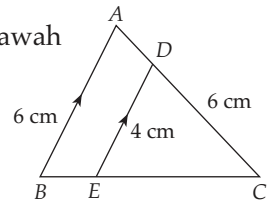
- Dari dua belas siswa yang di tes matematika diperoleh data sebagai berikut.
9, 6, 8, 7, 6, 5, 4, 7, 3, 6, 4
Modus dari data tersebut adalah
a. 6
b. 6,5
c. 7
d. 7,5
- Data berikut merupakan hasil ulangan matematika sekelompok siswa.
6, 7, 8, 5, 4, 6, 6, 7, 8, 9, 5, 6, 7, 6, 7
Nilai rata-rata hasil ulangan adalah
a. 6,82
b. 6,47
c. 6,35
d. 6,27
- Dari seperangkat kartu dilakukan pengambilan secara acak sebanyak 260 kali dan setiap kali pengambilan kartu dikembalikan. Frekuensi harapan yang terambil kartu As adalah
a. 5 kali
b. 20 kali
c. 40 kali
d. 60 kali
- Dari 18 kali percobaan lempar undi dua dadu secara bersama-sama, frekuensi harapan muncul kedua mata dadu berjumlah sembilan adalah
a. 2
b. 4
c. 6
d. 12
- Sebuah dadu dilempar Andi sebanyak 300 kali. Frekuensi harapan munculnya mata dadu kelipatan tiga adalah
a. 200 kali
b. 150 kali
c. 100 kali
d. 50 kali
- Jika $\triangle ABC$ dan $\triangle DEF$ kongruen, panjang $AC = 10$ cm, $BC = 15$ cm, $\angle ACB = 65^\circ$, $DF = 10$ cm, $DE = 13$ cm, dan $\angle EDF = 70^\circ$, maka besar $\angle DEF$ adalah
a. 75°
b. 65°
c. 55°
d. 45°
- Pada gambar berikut $\triangle KLM$ sebangun dengan $\triangle PQR$. Panjang sisi PR adalah ... cm.



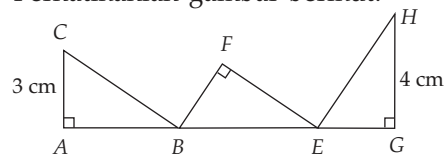
- 5
6
8
10
- Perhatikanlah gambar di bawah ini. Jika panjang $AC = 9$ cm, $PC = 6$ cm, dan $AB = 12$ cm, maka panjang PQ adalah ... cm.
a. 6,0
b. 7,5
c. 8,0
d. 9,0



- Panjang AC pada segitiga ABC di bawah adalah ... cm.
a. 12
b. 10
c. 9
d. 8

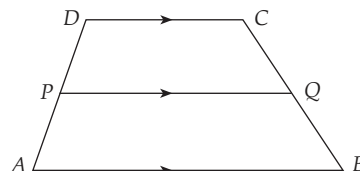


- Perhatikanlah gambar berikut.



Segitiga ABC , BEF , dan EGH ketiganya kongruen. Panjang BE adalah ... cm.
a. 5
b. 7
c. 8
d. 12

- Perhatikanlah gambar trapesium $ABCD$ di bawah ini.

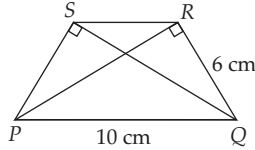


Jika panjang $AB = 51$ cm, $DC = 36$ cm, $AP = 12$ cm, dan $PD = 8$ cm, maka panjang PQ adalah ... cm.

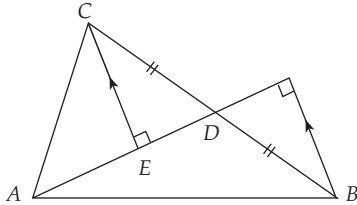
- a. 42 c. 46
b. 44 d. 48

12. Perhatikanlah gambar di bawah ini. Luas ΔPQS adalah ... cm^2 .

- a. 24
b. 30
c. 48
d. 60



- 13.

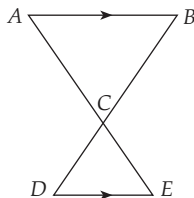


AD adalah garis berat pada ΔABC . Panjang $AB = 20$ cm, $BD = 13$ cm, dan $CE = 12$ cm. Panjang AE adalah ... cm.

- a. 4 c. 8
b. 6 d. 9

14. Perhatikanlah gambar di bawah ini. Jika $AB = 12$ cm, $BC = 8$ cm, dan $CD = 6$ cm maka panjang DE adalah ... cm.

- a. 7,5
b. 8
c. 9
d. 10



- 15.

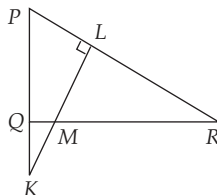
Nilai	1	2	3	4	5	6	7	8	9
Frekuensi	1	1	2	3	4	5	6	7	8

Median dari nilai pada tabel frekuensi di atas adalah

- a. 6 c. 7
b. 6,5 d. 7,5

16. Panjang $KP = 20$ cm, $KM = 10$ cm, dan $QM = 8$ cm. Panjang LP adalah ... cm.

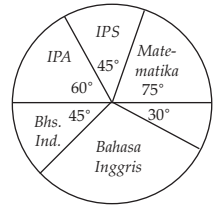
- a. 16
b. 12
c. 10
d. 8



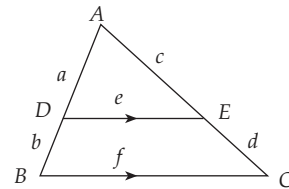
17. Dari 720 siswa sebuah SMP di Surabaya, setelah didata tentang pelajaran yang paling disenangi, diperoleh data yang dapat disajikan pada diagram lingkaran di bawah ini. Dari data tersebut banyaknya siswa yang senang pelajaran bahasa Inggris di sekolah tersebut adalah ...

siswa.

- a. 90
b. 120
c. 150
d. 210



- 18.

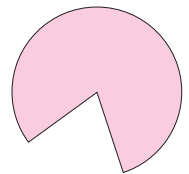


Pada ΔABC di atas, $DE \parallel BC$. Dari keterangan tersebut, pernyataan di bawah ini yang benar adalah

- a. $\frac{a}{b} = \frac{e}{f}$ c. $\frac{a}{a+b} = \frac{e}{e+f}$
b. $\frac{e}{f} = \frac{c}{d}$ d. $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$

19. Pada gambar di bawah, selembar seng berbentuk $\frac{3}{5}$ lingkaran berdiameter 60 cm akan dibuat kerucut. Tinggi kerucut yang terjadi adalah

- a. 20 cm
b. 24 cm
c. 36 cm
d. 48 cm



20. Panjang diameter alas tabung 14 cm dan tingginya 10 cm. Jika $\pi = \frac{22}{7}$ maka luas permukaan tabung adalah cm^2 .

- a. 374 c. 954
b. 440 d. 748

21. Volume kerucut = 2.156 cm^3 . Jika tingginya 10,5 cm maka luas seluruh kerucut adalah

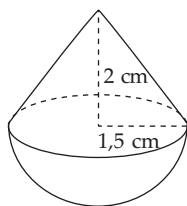
- a. 1.232 cm^2 c. 1.386 cm^2
b. 1.320 cm^2 d. 1.408 cm^2

22. Seorang pengusaha ingin membuat tandon air (berbentuk tabung) dari plat besi. Jika pengusaha itu merencanakan isi tandon air itu 2.310 dm^3 dan jari-jarinya 7 dm dengan $\pi = \frac{22}{7}$ maka luas plat besi untuk membuat selimut tabung itu adalah

- a. 231 dm^2 c. 462 dm^2
b. 330 dm^2 d. 660 dm^2

23. Gambar di bawah menunjukkan sebuah bandul padat terdiri dari belahan bola dan kerucut. Alas kerucut berimpit dengan belahan bola. Jika jari-jari bola $1,5 \text{ cm}$, tinggi kerucut 2 cm , dan $\pi = 3,14$ maka luas permukaan bandul tersebut adalah

- a. $21,195 \text{ cm}^2$
b. $25,905 \text{ cm}^2$
c. $31,793 \text{ cm}^2$
d. $32,970 \text{ cm}^2$



24. Keliling alas sebuah kerucut $62,8 \text{ cm}$, tingginya 18 cm , dan $\pi = 3,14$. Volume kerucut itu adalah

- a. 1.884 cm^3 c. 3.768 cm^3
b. 2.826 cm^3 d. 5.652 cm^3

25. Luas selimut kerucut $204,1 \text{ cm}^2$. Jika jari-jarinya 5 cm dan $\pi = 3,14$ maka volume kerucut tersebut adalah

- a. $125,6 \text{ cm}^3$ c. 177 cm^3
b. 136 cm^3 d. 314 cm^3

26. Luas permukaan bola berdiameter 50 cm dan $\pi = 3,14$ adalah

- a. 3.925 cm^2 c. 15.700 cm^2
b. 7.850 cm^2 d. 31.400 cm^2

27. Sebuah tangki berbentuk tabung tertutup mempunyai volume 2.156 cm^3 . Jika panjang tangki 14 cm dan $\pi = \frac{22}{7}$ maka luas permukaan tangki tersebut adalah

- a. 4.312 cm^2 c. 924 cm^2
b. 3.696 cm^2 d. 776 cm^2

28. Hasil ulangan matematika di suatu kelas tercantum dalam daftar berikut.

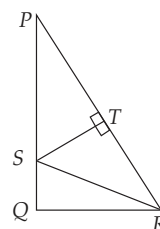
Nilai	Frekuensi
10	3
9	5
8	4
7	7
6	5
5	6
4	4
3	4
2	2

Median dari data di atas adalah

- a. 7 c. 5
b. 6 d. 4

29. Segitiga PQR di samping siku-siku di Q . RS merupakan garis bagi, sehingga $\angle QRS = \angle TRS$. Pasangan sisi yang sama panjang adalah

- a. $QR = ST$ dan $PT = QR$
b. $QS = ST$ dan $QR = RT$
c. $PS = RS$ dan $RT = PT$
d. $PS = RS$ dan $QR = PT$



- 30.

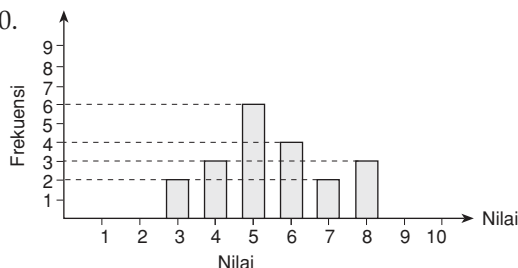


Diagram batang di atas menunjukkan nilai matematika yang diperoleh 20 siswa pada suatu kelas. Rata-rata (mean) dari nilai-nilai itu adalah

- a. 5 c. 6
b. 5,5 d. 6,5

31. Dua dadu dilempar bersama-sama, maka peluang munculnya mata dadu berjumlah 9, adalah

- a. $\frac{1}{9}$ c. $\frac{9}{36}$
b. $\frac{9}{12}$ d. 3

32. Seperangkat kupon undian diberi nomor seri dari 000 sampai dengan 999 dan hanya diambil 1 pemenang. Jika seseorang membeli 6 lembar kupon itu, maka peluang kemenangan yang ia peroleh adalah

- a. 6
b. $\frac{1}{6}$
c. $\frac{6}{999}$
d. $\frac{6}{1.000}$

33.

Lama pembicaraan telepon (dalam menit)	3	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	1	6	10	16	18	19	6	4

Median data di atas adalah

- a. 5
b. 6
c. 7
d. 8
34. Sebuah perusahaan asuransi memperkirakan bahwa kemungkinan seorang sopir mengalami kecelakaan 0,18 per tahun. Di antara 2.500 supir, diperkirakan

kan sebanyak ... sopir akan mengalami kecelakaan dalam 1 tahun.

- a. 300
b. 400
c. 450
d. 500

35. Data di bawah ini menunjukkan nilai matematika di suatu kelas.

Nilai	Frekuensi
40	12
45	8
50	1
55	2
60	4
65	2
70	1

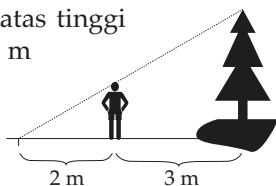
Dari data tersebut dapat dilihat bahwa anak yang mendapat nilai di atas rata-rata sebanyak ... orang.

- a. 6
b. 10
c. 18
d. 25

B Esai

Selesaikanlah soal-soal di bawah ini.

1. Pada gambar di atas tinggi orang adalah 1,8 m dan jarak orang ke pohon 3 m. Hitunglah tinggi pohon.



- 2.
-

Seorang melihat puncak pohon pada kolam. Jarak orang tersebut ke kolam 2 m dan jarak pohon ke kolam 8 m. Jika tinggi orang adalah 1,5 m, hitunglah tinggi pohon.

3. Jika diketahui luas selimut kerucut $204,1 \text{ cm}^2$, jari-jarinya 5 cm dan $\pi = 3,14$. Hitunglah volume kerucut tersebut.
4. Suatu tabung alasnya berjari-jari 8 cm dan tinggi 50 cm diisi air setinggi 15 cm.

Kemudian ke dalam tabung dimasukkan sebuah bola besi yang berjari-jari 6 cm. Hitung tinggi air tabung sekarang?

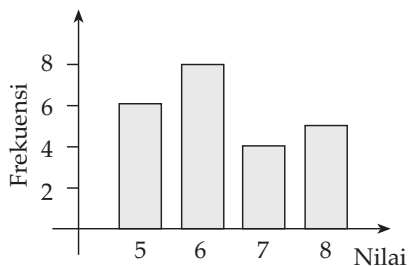
5. Berapakah luas permukaan tabung dengan diameter alas 14 cm dan tinggi 5 cm?

6.

Nilai	Frekuensi
5	4
6	5
7	3
8	2

Tentukanlah nilai rata-rata di atas.

7. Nilai ulangan Ali adalah 7, 6, 5, 4. Jika diberikan satu kali ulangan lagi, tentukanlah nilai ulangan yang harus didapat agar rata-rata nilai ulangan Ali adalah 6.
8. Diagram batang di bawah menunjukkan nilai matematika yang diperoleh 23 siswa pada suatu kelas.



Hitunglah nilai rata-ratanya.

9.

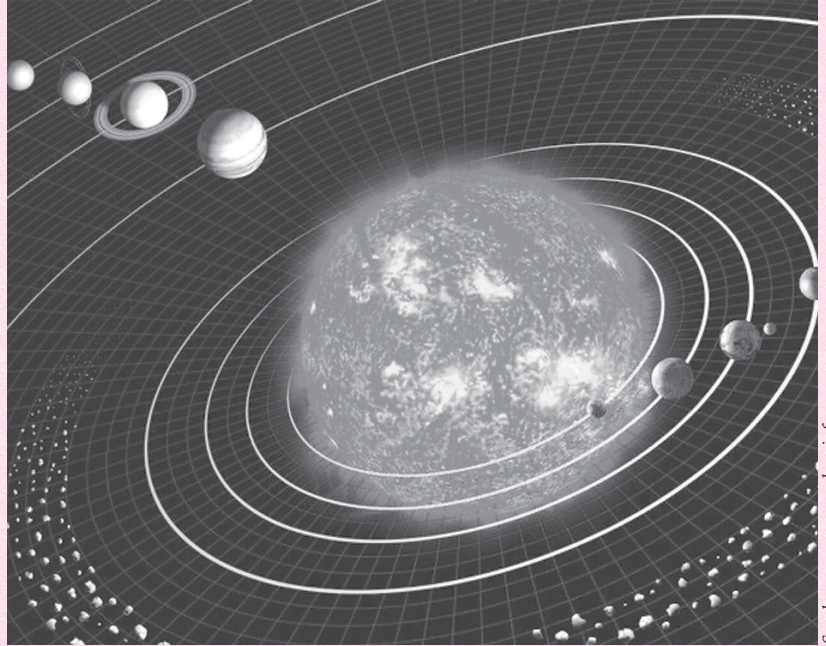
Nilai	4	5	6	7	8	9	10
Frekuensi	6	5	4	5	4	6	5

Tabel di atas adalah tabel nilai hasil ujian dari sekelompok siswa. Siswa dinyatakan lulus ujian jika nilainya lebih dari rata-rata nilai ditambah 0,5. Hitunglah jumlah siswa yang lulus.

10. Di dalam kelas terdapat 30 siswa. 15 siswa suka olah raga voli, 25 siswa suka sepak bola dan 12 siswa suka keduanya. Jika dipanggil seorang siswa, hitunglah peluang yang terdapat siswa yang tidak suka voli namun menyukai sepak bola.

BAB 4

Pangkat Tak Sebenarnya



Tujuan Pembelajaran

- Memahami pengertian pangkat
- Mengenal sifat-sifat bilangan berpangkat dan bentuk akar
- Mengubah bilangan berpangkat positif ke pangkat negatif dan sebaliknya
- Menyelesaikan operasi aljabar yang melibatkan bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar
- Menggunakan konsep bilangan berpangkat dan bentuk akar dalam pemecahan masalah.

Di kelas VII kalian telah mempelajari konsep kuadrat dan pangkat tiga bilangan perpangkatan, masih ingatkah kalian? Konsep perpangkatan ini perlu kalian pahami karena pada pembahasan kali ini konsep perpangkatan akan digunakan. Tidak hanya itu, konsep perpangkatan akan kita kembangkan, yang di dalamnya mencakup pangkat negatif dan pecahan.

Pada kehidupan sehari-hari penerapan konsep pangkat sering kita jumpai. Salah satunya seperti terlihat pada gambar di atas.

Jarak bumi dari matahari sekitar 150 miliar meter. Bagaimanakah kalian menuliskan 150 miliar meter dalam bentuk bilangan berpangkat? Caranya seperti berikut.

$$\begin{aligned} 150 \text{ miliar meter} &= 150.000.000.000 \text{ meter} \\ &= 1,5 \times 10^{11} \text{ meter} \end{aligned}$$

Bentuk $1,5 \times 10^{11}$ adalah bentuk bilangan berpangkat sebenarnya. Lalu, apakah kamu tahu apa yang dimaksud dengan pangkat tak sebenarnya? Untuk mengetahuinya, pelajasilah bab ini dengan saksama.

Sebelum mempelajari materi bab ini, kerjakanlah soal-soal berikut.

1. Sederhanakanlah
 - a. $(a^2)^3$
 - b. $(a^2 b^3)^2$
 - c. $(ab^2 c^3)^3$
2. Sederhanakanlah bentuk-bentuk aljabar berikut ini.
 - a. $2t \times 6t^2$
 - b. $a^2 b^3 \times a^2 b : a^3 b^2$
 - c. $2ab^2 : 3a^2 b^3 \times 4a^3 b$
3. Sederhanakanlah
 - a. $\left(\frac{a^3}{bc^2}\right)^2 : \left(\frac{bc}{a}\right)^2$
 - b. $\left(\frac{x^2}{ab^2}\right)^2 \times \left(\frac{ab}{x}\right)^2$



Pangkat Tak Sebenarnya Dinyatakan ke Bentuk Lain —

Di kelas VII kalian telah mempelajari kuadrat dan pangkat tiga bilangan bulat. Masih ingatkah kalian pengertian dari kuadrat dan pangkat tiga? Untuk mengingat kembali pengertian kuadrat dan pangkat tiga, perhatikanlah penjelasan berikut.

1 Pengertian Bilangan Bulat Berpangkat Positif

Pada operasi bilangan bulat, kita telah mengetahui bahwa

- 2^2 dibaca dua kuadrat, merupakan perkalian berulang bilangan 2 sebanyak 2 kali.
- 2^3 dibaca dua pangkat tiga, merupakan perkalian berulang bilangan 2 sebanyak 3 kali.

Contoh:

$$\begin{aligned} 2^2 &= 2 \times 2 = 4 \\ (-3)^2 &= (-3) \times (-3) = 9 \\ 2^3 &= 2 \times 2 \times 2 = 8 \\ (-3)^3 &= (-3) \times (-3) \times (-3) = -27 \end{aligned}$$

Bentuk 2^2 , $(-3)^2$, 2^3 , dan $(-3)^3$ merupakan contoh bilangan bulat berpangkat positif. Dari contoh di atas terlihat bahwa bilangan bulat berpangkat positif dapat ditulis dalam bentuk perkalian berulang.

Dari penjelasan di atas, secara umum kita dapat menyatakan bahwa untuk sebarang bilangan bulat a , berlaku:

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_{\text{sebanyak } n \text{ buah}}$$

dengan n bilangan bulat positif dan a^n disebut bilangan berpangkat sebenarnya.



Untuk Diingat

$a^n \leftarrow$ pangkat atau eksponen
 \uparrow
 bilangan pokok

Bentuk pangkat (eksponen) pertama kali dikenalkan oleh Rene Descartes (1596–1650).

LATIHAN 1

- Nyatakan dalam bentuk pangkat.
 - $2 \times 2 \times 2 \times 2$
 - $3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$
 - $0 \times 0 \times 0 \times 0 \times 0$
 - $(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)$
 - $p \times p \times p \times p \times p \times p$
- Nyatakan bentuk pangkat berikut dalam bentuk perkalian berulang.
 - 2^5
 - 4^6
 - $(-7)^3$
 - -6^4
 - 0^7
 - $(-9)^4$
- Hitunglah:
 - $(-2)^2$
 - $(-2)^3$
 - $(-4)^4$
 - $(-4)^5$
 - $(-5)^2$
 - $(-5)^5$

Dari jawaban yang kalian peroleh, apakah yang dapat kalian simpulkan?
- Ada 2 bakteri dalam suatu jaringan setelah 1 menit. Setelah 2 menit banyak bakteri menjadi 4. Apa yang terjadi pada bakteri setelah beberapa menit? Coba diskusikan dengan teman sebangkumu mengenai banyak bakteri setelah 100 menit.

2 Pengertian Bilangan Bulat Berpangkat Negatif

Perhatikan contoh bilangan bulat berpangkat berikut.

$$2^4 = 16, \quad 2^3 = 8, \quad 2^2 = 4 \quad \dots$$

Jika pola pemangkatan tersebut diteruskan (pangkatnya berkurang 1) maka akan diperoleh 2^1 , 2^0 , 2^{-1} , 2^{-2} , 2^{-3} , ... dan seterusnya. Sekarang pertanyaannya, apa arti dari 2^0 , 2^{-1} , 2^{-2} , 2^{-3} tersebut?

Untuk mendefinisikan a^n dengan a bilangan bulat dan n bilangan negatif, satu, dan nol dapat dinyatakan sebagai berikut.

Jika $a \neq 0$, a bilangan bulat dan n bilangan bulat positif maka $a^1 = a$, $a^0 = 1$, dan $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$.

Sesuai definisi di atas, maka dapat disimpulkan bahwa

2^1 didefinisikan sama dengan 2

2^0 didefinisikan sama dengan 1

2^{-1} adalah penulisan lain dari $\frac{1}{2}$ atau 2^{-1} didefinisikan = $\frac{1}{2}$

2^{-2} adalah penulisan lain dari $\frac{1}{2^2}$ atau 2^{-2} didefinisikan = $\frac{1}{4}$

2^{-3} adalah penulisan lain dari $\frac{1}{2^3}$ atau 2^{-3} didefinisikan = $\frac{1}{8}$

Contoh SOAL

Nyatakan bentuk berikut ke bentuk pangkat positif atau sebaliknya. *Penyelesaian:*

- 2^{-3}
- $3x^{-2}$
- $\frac{1}{3^2}$
- $\frac{1}{4a^3}$

- $2^{-3} = \frac{1}{2^3}$
- $3x^{-2} = \frac{3}{x^2}$
- $\frac{1}{3^2} = 3^{-2}$
- $\frac{1}{4a^3} = \frac{1}{4} \times a^{-3}$

LATIHAN 2

- Nyatakan bentuk berikut ke bentuk pangkat positif.
 - 2^{-5}
 - $(-3)^{-2}$
 - $2a^{-1}$
 - $(-5)^{-1}ab$
 - $2a^{-2}b^{-4}$
 - $(abc)^{-3}$
- Nyatakan bentuk berikut ke bentuk pangkat positif.
 - 5^2
 - $\frac{1}{2^3}$
 - $\frac{6^3}{3^5}$
 - $-\frac{2}{3a^2}$
- Tentukan nilai x pada soal berikut.
 - $3^x = 81$
 - $2^x = 1$
 - $8^x = \frac{1}{0}$
 - $2^x = \frac{1}{64}$
- Carilah informasi dari buku-buku di perpustakaan tentang menentukan hasil pemangkatan bilangan-bilangan berikut.
 - $(-1)^{-4}$
 - $(-2)^{-5}$
 - $\frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)^{-2}}$
 - 4^0
 - 0^0

3 Sifat-Sifat Bilangan Bulat Berpangkat

a. Perkalian Bilangan Bulat Berpangkat

Pada bagian sebelumnya telah kita ketahui bahwa

$$2^2 = 2 \times 2 \quad 2^3 = 2 \times 2 \times 2$$

Apabila kedua bentuk pangkat tersebut kita kalikan maka akan kita peroleh

$$\begin{aligned} 2^2 \times 2^3 &= (2 \times 2) \times (2 \times 2 \times 2) \\ &= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^5 = 2^{2+3} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } 2^2 \times 2^3 = 2^{2+3}$$

Untuk lebih memahami sifat pada perkalian bilangan bulat berpangkat, perhatikan contoh berikut ini.

$$\begin{aligned} a^3 \times a^4 &= (a \times a \times a) \times (a \times a \times a \times a) \\ &= a \times a \times a \times a \times a \times a \times a = a^{3+4} \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } a^3 \times a^4 = a^{3+4}$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan hal berikut.

Jika a bilangan bulat dengan pangkat m dan n maka

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

b. Pembagian Bilangan Bulat Berpangkat

Untuk lebih memahami sifat pembagian bilangan bulat berpangkat, perhatikan contoh berikut ini.

$$2^5 : 2^3 = \frac{2^5}{2^3} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2} = 2 \times 2 = 2^2 = 2^{5-3}$$

$$\text{Jadi, } 2^5 : 2^3 = 2^{5-3}$$



Untuk Diingat

Pada perkalian bilangan berpangkat juga berlaku sifat komutatif
 $a^n \times b^m = b^m \times a^n$

Math Quiz



Bagaimana jika:

1. $8^3 \times 5$

2. $6^2 : 7^5$

Apakah dapat diselesaikan menggunakan sifat perkalian dan pembagian bilangan bulat berpangkat?



Untuk Diingat

$$5a^3 \neq (5a)^3$$

$$1^2 + 2^2 \neq (1 + 2)^2$$

Akan tetapi,

$$-(5a)^3 = (-5a)^3 \text{ mengapa?}$$

$$\begin{aligned} a^7 : a^4 &= \frac{a^7}{a^4} = \frac{a \times a \times a \times a \times a \times a \times a}{a \times a \times a \times a} \\ &= a \times a \times a = a^3 = a^{7-4} \end{aligned}$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan hal berikut.

Jika a bilangan bulat dengan pangkat m dan n maka
 $a^m : a^n = a^{m-n}$, dengan $a \neq 0$

c. Pemangkatan Bilangan Bulat Berpangkat

Perhatikan contoh-contoh pemangkatan bilangan bulat berpangkat berikut.

$$\begin{aligned} (2^3)^2 &= 2^3 \times 2^3 \\ &= 2^{3+3} \\ &= 2^{3 \times 2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2 \times 3)^2 &= (2 \times 3) \times (2 \times 3) \\ &= (2 \times 2) \times (3 \times 3) \\ &= 2^2 \times 3^2 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } (2^3)^2 = 2^{3 \times 2}$$

$$\text{Jadi, } (2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2$$

$$\begin{aligned} (a^5)^3 &= a^5 \times a^5 \times a^5 \\ &= a^{5+5+5} \\ &= a^{3 \times 5} = a^{5 \times 3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (a \times b)^3 &= (a \times b) \times (a \times b) \times (a \times b) \\ &= (a \times a \times a) \times (b \times b \times b) \\ &= a^3 \times b^3 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } (a^5)^3 = a^{5 \times 3}$$

$$\text{Jadi, } (a \times b)^3 = a^3 \times b^3$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan hal berikut.

Jika a bilangan bulat dengan pangkat m dan n maka
 $(a^m)^n = a^{m \times n}$ dan $(a \times b)^n = a^n \times b^n$

LATIHAN 3

1. Sederhanakanlah bentuk-bentuk berikut.

a. $x^5 \cdot x^6$

h. $a^3 a^5 b^0 a^2 b^9$

o. $\frac{x^{12n}}{x^{3n}}$

r. $\frac{x^6 y^2}{(xy)^2}$

b. $3m^4 \cdot 5m^2$

i. $(m^3 \cdot m^4)^2$

p. $\frac{(a^2)^4 \cdot a^6}{(a^3)^3}$

s. $\frac{(a^{-3})^3 a^{-4}}{a^{-7} (b^{-1})^3}$

c. $x^2 y^{-3} \cdot x^4 y^5$

j. $(y^4)^3 y^5$

q. $\frac{(7m^2)^3}{(7m^4)^2}$

t. $\frac{(k^2)^3 (k^{-2})^{-1}}{(k^3)^2}$

d. $a^9 : a^4$

k. $\frac{4abc^{10}}{28a^2 b^2 c}$

e. $(k^{10})^3$

l. $\frac{w^2 z^6}{42w^2 z^3}$

f. $(n^2)^6$

m. $\frac{7a^3 b^2 c^6}{28a^2 b^5 c}$

g. $2(x^4 \cdot x^5)$

n. $\frac{3x^2}{y^3} \cdot \frac{y^5}{x^9}$

2. Jika $m = n$, berapakah $\frac{a^m}{a^n}$?

3. Selidiki apakah $(a : b)^m = a^m : b^m$ dengan $b \neq 0$ untuk a dan b bilangan bulat?

4 Arti Bilangan Pecahan Berpangkat

Dari pembahasan sebelumnya telah kita peroleh bahwa $a^n = \underbrace{a \times a \times \dots \times a}_{n \text{ buah}}$. Bagaimana jika a merupakan pecahan? Untuk menjawab pertanyaan tersebut perhatikan penjelasan berikut ini.

$$\begin{aligned} \left(\frac{2}{3}\right)^3 &= \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} & \left(-\frac{2a}{5}\right)^3 &= \left(-\frac{2a}{5}\right) \times \left(-\frac{2a}{5}\right) \times \left(-\frac{2a}{5}\right) \\ &= \frac{2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3} = \frac{8}{27} & &= -\frac{8a^3}{125} \end{aligned}$$

Dari uraian di atas, dapat disimpulkan pada pemangkatan bilangan pecahan berlaku

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \underbrace{\frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \frac{a}{b} \times \dots \times \frac{a}{b}}_{\text{sebanyak } n \text{ buah } \left(\frac{a}{b}\right)}$$

Math Quiz



Berapakah nilai dari $\left(\frac{a}{b}\right)^n$ jika n -nya negatif?

LATIHAN 4

1. Hitunglah:

a. $\left(\frac{2}{3}\right)^4$

d. $\left(\frac{3^5}{4^2}\right)^3$

b. $\left(-\frac{4}{5}\right)^3$

e. $\left(\frac{3^2}{5^3}\right)^2$

c. $\left(\frac{2}{3^2}\right)^3$

f. $\left(\frac{3^3}{6^4}\right)^{-2}$

2. Nyatakan pecahan desimal berikut

dalam bentuk $\left(\frac{a}{b}\right)^n$.

a. 0,25

c. 0,0016

b. 0,004

d. 0,125

3. Tunjukkan peluang munculnya angka, pada pelemparan sebuah mata uang sebanyak 10 kali berturut-turut kira-kira 0,001.

4. Buktikan apakah $\left(-\frac{a}{b}\right)^n = \left(\frac{b}{a}\right)^{-n}$?

5 Mengubah Bentuk Akar Menjadi Pangkat Pecahan

Masih ingatkah kalian pengertian akar kuadrat dan akar pangkat tiga yang telah kalian pelajari di kelas VII? Akar kuadrat merupakan kebalikan dari kuadrat, sedangkan akar pangkat tiga merupakan kebalikan dari pangkat tiga.

Dari pengertian di atas, kita peroleh

(i) $a^2 = b \Leftrightarrow \sqrt{b} = a$, dengan $b \geq 0$

$(\sqrt{b})^2 = a^2$ (kedua ruas dikuadratkan)

$(\sqrt{b})^2 = b$ (karena diketahui $a^2 = b$)



Untuk Diingat

Notasi akar ($\sqrt{\quad}$) diperkenalkan pertama kali oleh seorang ahli aljabar Jerman, *Christoff Rudolf* dalam bukunya *Die Coss* pada tahun 1525. Simbol ini dipilih karena mirip seperti huruf *r* dari kata *radix* yang dalam bahasa latin berarti akar kuadrat.

Kita misalkan $\sqrt{b} = b^n$, maka

$$(\sqrt{b})^2 = b$$

$$(b^n)^2 = b$$

$$b^{2n} = b$$

$$2n = 1$$

$$n = \frac{1}{2}$$

Jadi, $\sqrt{b} = b^{\frac{1}{2}}$

$$\begin{aligned} \text{(ii) } a^3 = c &\Leftrightarrow \sqrt[3]{c} = a \\ (\sqrt[3]{c})^3 &= a^3 \text{ (kedua ruas dipangkatkan 3)} \\ (\sqrt[3]{c})^3 &= c \text{ (karena diketahui } a^3 = c) \end{aligned}$$

Kita misalkan $\sqrt[3]{c} = c^p$, maka

$$(\sqrt[3]{c})^3 = c$$

$$(c^p)^3 = c$$

$$c^{3p} = c$$

$$3p = 1$$

$$p = \frac{1}{3}$$

Jadi, $\sqrt[3]{c} = c^{\frac{1}{3}}$

Berdasarkan uraian di atas, hubungan bilangan bentuk akar dengan bilangan berpangkat pecahan dapat didefinisikan sebagai berikut.

Jika $a > 0$, m dan n bilangan bulat serta $n > 0$ maka

$$\sqrt[n]{a^m} = a^{\frac{m}{n}} \text{ atau } (\sqrt[n]{a})^m = a^{\frac{m}{n}}$$

Bilangan $a^{\frac{m}{n}}$ merupakan bilangan berpangkat tak sebenarnya.

Contoh SOAL

1. Nyatakanlah bentuk akar berikut menjadi bentuk pangkat.

a. $\sqrt[3]{3}$

d. $\sqrt[3]{2}$

b. $\sqrt[5]{2}$

e. $\sqrt[5]{4}$

c. $\sqrt[4]{3}$

f. $\sqrt[3]{6}$

Penyelesaian:

a. $\sqrt[3]{3} = 3^{\frac{1}{3}}$

b. $\sqrt[5]{2} = 2^{\frac{1}{5}}$

c. $\sqrt[4]{3} = 3^{\frac{1}{4}}$

e. $\sqrt[5]{4} = 4^{\frac{1}{5}}$

d. $\sqrt[3]{2} = 2^{\frac{1}{3}}$

f. $\sqrt[3]{6} = 6^{\frac{1}{3}}$

2. Hitunglah hasilnya.

a. $\sqrt[3]{27}$

c. $\sqrt[4]{2^8}$

b. $\sqrt[3]{125}$

d. $\sqrt[4]{9^6}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } \sqrt[3]{27} &= 27^{\frac{1}{3}} \\ &= (3^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= 3^{3 \times \frac{1}{3}} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \sqrt[3]{125} &= 125^{\frac{1}{3}} \\ &= (5^3)^{\frac{1}{3}} \\ &= 5^{3 \times \frac{1}{3}} \\ &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \sqrt[4]{2^8} &= (2^8)^{\frac{1}{4}} \\ &= 2^{8 \times \frac{1}{4}} \\ &= 2^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \sqrt[4]{9^6} &= (9^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= ((3^2)^6)^{\frac{1}{4}} \\ &= (3^{12})^{\frac{1}{4}} \\ &= 3^{12 \times \frac{1}{4}} \\ &= 3^3 = 27 \end{aligned}$$

6 Sifat-Sifat Bilangan Bentuk Akar

Untuk memahami sifat perkalian dari akar-akar suatu bilangan, perhatikan uraian berikut.

$$\begin{aligned} \sqrt{16} \times \sqrt{9} &= 4 \times 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{27} &= \sqrt[3]{4^3} \times \sqrt[3]{3^3} \\ &= 4 \times 3 \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{16} \times \sqrt{9} &= \sqrt{16 \times 9} \\ &= \sqrt{144} \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{27} &= \sqrt[3]{64 \times 27} \\ &= \sqrt[3]{1.728} \\ &= 12 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{16} \times \sqrt{9} = \sqrt{16 \times 9} \quad \text{Jadi, } \sqrt[3]{64} \times \sqrt[3]{27} = \sqrt[3]{64 \times 27}$$

Berdasarkan uraian di atas, perkalian bilangan bentuk akar dapat ditentukan sebagai berikut.

Jika a dan b bilangan bulat dan $a, b \geq 0$, maka

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b} \quad \text{dan} \quad \sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$$

Untuk memahami sifat pembagian dari akar-akar suatu bilangan, perhatikan uraian berikut.

$$\begin{aligned} \sqrt{81} : \sqrt{9} &= 9 : 3 \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{8} &= \sqrt[3]{8^3} : \sqrt[3]{2^3} \\ &= 8 : 2 = 4 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt{81} : \sqrt{9} &= \sqrt{81 : 9} \\ &= \sqrt{9} \\ &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{8} &= \sqrt[3]{512 : 8} \\ &= \sqrt[3]{64} \\ &= 4 \end{aligned}$$

$$\text{Jadi, } \sqrt{81} : \sqrt{9} = \sqrt{81 : 9} \quad \text{Jadi, } \sqrt[3]{512} : \sqrt[3]{8} = \sqrt[3]{512 : 8}$$

Berdasarkan uraian di atas, pembagian bilangan bentuk akar dapat ditentukan sebagai berikut.

Jika a dan b bilangan bulat dan $a, b \geq 0$, maka

$$\sqrt{a} : \sqrt{b} = \sqrt{a : b} \quad \text{dan} \quad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$$

LATIHAN 5

1. Nyatakanlah dalam bentuk pangkat.

- | | |
|------------------|-------------------|
| a. $\sqrt{2}$ | f. $\sqrt[3]{10}$ |
| b. $\sqrt{3}$ | g. $\sqrt[5]{8}$ |
| c. $\sqrt{5}$ | h. $\sqrt[5]{9}$ |
| d. $\sqrt[3]{7}$ | i. $\sqrt[7]{27}$ |
| e. $\sqrt[3]{9}$ | j. $\sqrt[5]{16}$ |

2. Nyatakanlah dalam bentuk akar.

- | | |
|----------------------|-----------------------|
| a. $3^{\frac{1}{2}}$ | f. $3^{\frac{1}{6}}$ |
| b. $4^{\frac{1}{3}}$ | g. $5^{\frac{2}{5}}$ |
| c. $2^{\frac{1}{3}}$ | h. $27^{\frac{2}{3}}$ |
| d. $3^{\frac{1}{4}}$ | i. $6^{\frac{2}{5}}$ |
| e. $4^{\frac{1}{5}}$ | j. $4^{\frac{1}{3}}$ |

3. Nyatakanlah dalam bentuk bilangan berpangkat tak sebenarnya.

a. $\frac{1}{\sqrt{2}}$

f. $\frac{1}{\sqrt[4]{2^3}}$

b. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

g. $\frac{1}{\sqrt[5]{2^4}}$

c. $\frac{1}{\sqrt[3]{2}}$

h. $\frac{1}{\sqrt[5]{2^3}}$

d. $\frac{1}{\sqrt[4]{3}}$

i. $\frac{1}{\sqrt[7]{2^5}}$

e. $\frac{1}{\sqrt[5]{2}}$

j. $\frac{1}{\sqrt[8]{2^4}}$

4. Sederhanakan bentuk akar berikut.

a. $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{3}$

c. $\frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{4}}$

b. $\sqrt[4]{8} \times \sqrt[4]{2}$

d. $\sqrt[4]{16} : \sqrt[4]{2}$

5. Diberikan $y = x^n$. Bandingkan nilai x dan y untuk $0 < x < 1$.



B Cara Menyelesaikan Operasi Pangkat Tak Sebenarnya —

Pada subbab sebelumnya telah kalian pelajari perpangkatan dari bilangan bulat positif. Bagaimana jika yang dipangkatkan merupakan bentuk akar? Untuk mengetahui jawabannya, perhatikan penjelasan berikut.

1 Pemangkatan dari Akar suatu Bilangan

Masih ingatkah kalian sifat perpangkatan bilangan berpangkat? Berapakah $(2^2)^3$?

Kalian tentu dapat menjawab pertanyaan di atas. Sekarang kita akan membahas pangkat dari akar suatu bilangan. Untuk lebih jelasnya, perhatikan contoh berikut ini.

$$\begin{aligned}
 \text{a. } (\sqrt{2})^3 &= (2^{\frac{1}{2}})^3 && (\text{karena } \sqrt{2} = 2^{\frac{1}{2}}) \\
 &= 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{2}} \\
 &= 2^{\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{2}} \\
 &= 2^{1 + \frac{1}{2}} \\
 &= 2 \times 2^{\frac{1}{2}} \\
 &= 2\sqrt{2}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } (\sqrt[3]{27})^2 &= (27^{\frac{1}{3}})^2 \\ &= ((3^3)^{\frac{1}{3}})^2 \\ &= (3^{3 \times \frac{1}{3}})^2 \\ &= 3^2 = 9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } (\sqrt[3]{2^3})^2 &= (2^{\frac{3}{3}})^2 \\ &= 2^2 \\ &= 4 \end{aligned}$$

LATIHAN 6

Sederhanakanlah bentuk akar di bawah ini.

1. $(\sqrt{2})^2$

3. $(\sqrt{7})^{-4}$

5. $(\sqrt[3]{2})^3$

7. $\sqrt[3]{\left(\frac{1}{8}\right)^{-2}}$

2. $(\sqrt{3})^2$

4. $(\sqrt[3]{3})^{12}$

6. $(\sqrt[4]{5})^6$

8. $\sqrt{0,0016}$

② Operasi Hitung Bilangan Berpangkat Bulat dan Bentuk Akar

a. Penjumlahan dan Pengurangan

Di kelas VIII kalian telah mempelajari operasi hitung pada bentuk aljabar. Masih ingatkah kamu syarat suatu suku yang dapat dijumlahkan dan dikurangi? Untuk mengingat kembali perhatikanlah contoh berikut ini.

1. $2a + 5a = 7a$
2. $3x + 6x = 9x$
3. $5b + 2a$ (tidak dapat dijumlahkan)
4. $7n - 4n = 3n$
5. $12b - 8b = 4b$
6. $10x - 4y$ (tidak dapat dikurangkan)

Sifat penjumlahan dan pengurangan pada bentuk aljabar akan kita gunakan untuk menjumlahkan dan mengurangkan bilangan berpangkat. Untuk lebih jelasnya, perhatikanlah contoh berikut ini.

- a. $2 \times 2^3 + 3 \times 2^3 = (2 + 3) \times 2^3 = 5 \times 2^3 = 5 \times 8 = 40$
- b. $3 \times 4^{\frac{1}{2}} + 4^{\frac{1}{2}} = (3 + 1) \times 4^{\frac{1}{2}} = 4 \times 4^{\frac{1}{2}} = 4^{\frac{3}{2}}$
- c. $5 \times 3^{-2} - 2 \times 3^{-2} = (5 - 2) \times 3^{-2} = 3 \times 3^{-2} = 3^{-1}$
- d. $6 \times \sqrt{2} - 4 \times \sqrt{2} = (6 - 4) \sqrt{2} = 2 \sqrt{2}$
- e. $7\sqrt{2} - 5\sqrt{3}$ (tidak dapat disederhanakan)
- f. $2\sqrt[3]{5} + 3\sqrt[3]{5} = 5\sqrt[3]{5}$
- g. $4\sqrt[3]{6} + 1\sqrt[3]{5}$ (tidak dapat disederhanakan)

Apa yang dapat kalian simpulkan mengenai sifat penjumlahan dan pengurangan pada bilangan berpangkat dari contoh di atas.



Untuk Diingat

Suku yang dapat dijumlahkan atau dikurangkan adalah suku yang sejenis.

LATIHAN 7

1. Sederhanakanlah soal-soal berikut.

- $3^{\frac{1}{2}} + 2 \times 3^{\frac{1}{2}}$
- $5 \times 2^3 + 1 \times 2^3$
- $3\sqrt{5} - 4\sqrt{5}$
- $6\sqrt{6} + 2\sqrt{6} - 5\sqrt{6}$
- $\sqrt{5} + 3\sqrt{6} - 4\sqrt{5} + 2\sqrt{6}$

2. Hitunglah hasilnya.

- $2 \times (3^2) + 4 \times (3^2)$
- $7 \times (8^{\frac{1}{2}}) + 2 \times (8^{\frac{1}{2}}) - (8^{\frac{1}{2}})$
- $7 \times 2^{-2} + 7(-1)^4 + 2 \times 1^2$
- $(16^{\frac{1}{2}}) - 2 \times (16^{\frac{1}{2}}) + 3 \times (16^{\frac{1}{2}})$
- $2 \times (8^2) - 3 \times (8^2) + 9 \times (8^2)$

b. Perkalian dan Pembagian

Pada pembahasan tentang sifat-sifat perkalian dan pembagian bilangan berpangkat bulat dan bentuk akar berlaku

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$
- $\sqrt[m]{a} \times \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a \times b}$
- $\sqrt[m]{a} : \sqrt[m]{b} = \sqrt[m]{a : b}, b \neq 0$

Sifat-sifat di atas akan kita gunakan untuk menyelesaikan operasi hitung perkalian dan pembagian bilangan berpangkat. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini.

Contoh SOAL

- $2^5 \times 2^3 = 2^{5+3} = 2^8$
- $3^3 \times 2 \times 3^2 = 2 \times 3^{3+2} = 2 \times 3^5$
- $7^4 : 7^3 \times 7^2 = 7^{4-3+2} = 7^3$
- $\sqrt{3} \times \sqrt{6} = \sqrt{3 \times 3 \times 2} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$
- $\sqrt[3]{9} \times \sqrt[3]{18} = \sqrt[3]{9 \times 18} = \sqrt[3]{3 \times 3 \times 3 \times 6} = \sqrt[3]{3^3 \times 6} = 3\sqrt[3]{6}$
- $\sqrt[4]{81^3} : \sqrt[4]{9^2} = \sqrt[4]{(9^2)^3 : 9^2} = \sqrt[4]{9^6 : 9^2} = \sqrt[4]{9^{6-2}} = \sqrt[4]{9^4} = 9$

Telah kita ketahui pada perkalian dan pembagian bilangan berpangkat bulat berlaku sifat-sifat berikut.

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$

Jika kita menggunakan definisi $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ dan sifat-sifat di atas maka akan kita peroleh aturan perkalian dan pembagian bilangan berpangkat negatif berikut.

- $a^m \times a^{-n} = a^m \times \frac{1}{a^n} = \frac{a^m}{a^n} = a^{m-n}$
- $a^{-m} \times a^n = \frac{1}{a^m} \times a^n = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = a^{-m+n}$
- $a^{-m} \times a^{-n} = \frac{1}{a^m} \times \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a^{m+n}} = a^{-(m+n)} = a^{-m-n}$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan rumus berikut.

$$\begin{aligned} a^m \times a^{-n} &= a^{m-n} \\ a^{-m} \times a^n &= a^{-m+n} \\ a^{-m} \times a^{-n} &= a^{-m-n} \end{aligned}$$

4. $a^m : a^{-n} = a^m : \frac{1}{a^n} = a^m \times \frac{a^n}{1} = a^{m+n} = a^{m-(-n)}$
5. $a^{-m} : a^n = \frac{1}{a^m} : a^n = \frac{1}{a^m} \times \frac{1}{a^n} = a^{-(n+m)} = a^{-m-n}$
6. $a^{-m} : a^{-n} = \frac{1}{a^m} : \frac{1}{a^n} = \frac{1}{a^m} \times \frac{a^n}{1} = \frac{a^n}{a^m} = a^{n-m} = a^{-m-(-n)}$

Dari uraian di atas dapat disimpulkan rumus berikut.

$$\begin{aligned} a^m : a^{-n} &= a^{m-(-n)} \\ a^{-m} : a^n &= a^{-m-n} \\ a^{-m} : a^{-n} &= a^{-m-(-n)} \end{aligned}$$

Contoh SOAL

1. $2^5 \times 2^{-2} = 2^{5-2} = 2^3 = 8$
2. $4^{-3} \times 4^5 = 4^{-3+5} = 4^2 = 16$
3. $3^{-1} \times 3^{-2} = 3^{-1-2} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27}$
4. $3^2 : 3^{-3} = 3^{2-(-3)} = 3^{2+3} = 3^5 = 243$
5. $2^{-1} : 2^2 = 2^{-1-2} = 2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$
6. $4^{-3} : 4^{-2} = 4^{-3-(-2)} = 4^{-3+2} = 4^{-1} = \frac{1}{4}$

LATIHAN 8

1. Sederhanakanlah perkalian dan pembagian berikut.

- a. $3 \times 3^{\frac{1}{2}}$
- b. $2^{\frac{1}{2}} \times 2^3 : 2^{\frac{1}{4}}$
- c. $5^{\frac{1}{3}} : 5^3 \times 5^2$
- d. $\left(\frac{1}{4}\right)^5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^2 : \left(\frac{1}{4}\right)^3$
- e. $\frac{\sqrt{24} \times \sqrt{54}}{\sqrt{64}}$

2. Tentukan hasil operasi berpangkat berikut.

- a. $2^{-3} \times 2^{-4}$
- b. $5^{-6} \times 5^2$
- c. $a^4 \times a^{-2}$
- d. $3^{-5} : 3^2$
- e. $7^{-6} : 7^{-3}$
- f. $x^7 : x^{-2}$

3. Selesaikanlah operasi hitung berikut ini.

- a. $3^{\frac{1}{5}} \times 3^{\frac{1}{2}} : 3^{\frac{1}{3}}$
- b. $4^{\frac{1}{3}} : 2^{\frac{1}{2}} \times 2^{\frac{1}{3}}$
- c. $\sqrt[3]{3} : \sqrt{9} \times \sqrt{3}$
- d. $\frac{5^4 \times 5^5 \times 4^2 \times 7^{-1}}{20^5 \times 7^2}$
- e. $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{256}}{\sqrt[4]{16} \times \sqrt{128} \times \sqrt{32}}$

4. $10^2 \text{ cm} = 1 \text{ m}$.

$10^3 \text{ m} = 1 \text{ km}$.

Bagaimana hubungan cm dan km?
Jelaskan jawabanmu.

c. Pemangkatan

Dari pembahasan sebelumnya telah kita peroleh sifat operasi pangkat pada bilangan berpangkat, $(a^m)^n = a^{m \times n}$ dan $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$.

Selanjutnya, akan dibuktikan rumus untuk bilangan berpangkat dipangkatkan dengan pangkat negatif

$$\begin{aligned}(a^m)^{-n} &= \frac{1}{(a^m)^n} = \frac{1}{a^{m \times n}} \\ &= a^{-(m \times n)} = a^{m \times (-n)}\end{aligned}$$

Jadi, $(a^m)^{-n} = a^{m \times (-n)}$

Contoh SOAL

Hitunglah hasilnya.

a. $(\sqrt{2})^3$

c. $(2^4)^{-2}$

e. $(6^{\frac{1}{2}})^4 : 6^3$

c. $(2^4)^{-2} = 2^{4 \times (-2)} = 2^{-8}$

d. $(5^2)^3 \times 5^{\frac{1}{2}} = 5^{2 \times 3 + \frac{1}{2}}$

$$= 5^{6 + \frac{1}{2}} = 5^{\frac{13}{2}}$$

b. $(3^{-2})^3$

d. $(5^2)^3 \times 5^{\frac{1}{2}}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned}\text{a. } (\sqrt{2})^3 &= 2^{\frac{1}{2} \times 3} \\ &= 2^{\frac{3}{2}}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{b. } (3^{-2})^3 &= 3^{-2 \times 3} \\ &= 3^{-6}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{e. } (6^{\frac{1}{2}})^4 : 6^3 &= 6^{\frac{1}{2} \times 4 - 3} \\ &= 6^{2 - 3} \\ &= 6^{-1}\end{aligned}$$

LATIHAN 9

1. Selesaikanlah soal-soal berikut ini.

a. $(\sqrt{3})^2$

b. $(\sqrt[3]{5})^{-3}$

c. $(\sqrt{6})^4$

d. $(\sqrt[3]{7})^{-6}$

e. $(\sqrt{2})^2 + (\sqrt[3]{3})^3$

f. $(\sqrt{4})^4 - (\sqrt[3]{2})^6$

g. $(5^{-2})^2 \times 5^3 : (5^2)^2$

h. $(3^{\frac{1}{2}})^2 \times 3^4 \times (3^{-1})^3$

i. $(6^{-3})^4 \times (6^{\frac{1}{2}})^6 \times (6^4)^2 : 6^2$

j. $(\sqrt[3]{2})^6 - (\sqrt{2})^8 \times (\sqrt[3]{2})^9$

2. Apakah perbedaan antara $a^m \times a^n$ dan $(a^m)^n$? Jelaskan alasanmu.

3. a. Apakah $2^{(3^4)} = (2^3)^4$? Jelaskan.

b. Berikan aturan urutan pengerjaan untuk $-a^{(b^c)}$. Jelaskan alasanmu.

3 Cara Merasionalkan Akar

Bentuk-bentuk akar dari $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, dan $\sqrt{7}$, nilainya dapat ditentukan, misalnya $\sqrt{2} = 1,4$ dan $\sqrt{3} = 1,7$. Namun, bentuk $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$, dan $\frac{1}{\sqrt{5}}$ akan sulit ditentukan nilainya.

Untuk lebih mudah menentukan nilai dari $\frac{1}{\sqrt{2}}$, $\frac{1}{\sqrt{3}}$, dan $\frac{1}{\sqrt{5}}$ digunakan suatu cara, yaitu dengan mengubah pecahan tersebut agar penyebutnya bukan bentuk akar. Cara yang demikian dinamakan *merasionalkan akar*. Untuk lebih jelasnya, perhatikanlah contoh berikut.



Untuk Diingat

$$(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$$

Contoh SOAL

Rasionalkan bentuk akar berikut.

a. $\frac{2}{\sqrt{6}}$

c. $\frac{1}{\sqrt{18}}$

e. $\frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}}$

b. $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$

d. $\frac{\sqrt{2}}{5 - \sqrt{3}}$

Penyelesaian:

$$\begin{aligned} \text{a. } \frac{2}{\sqrt{6}} &= \frac{2}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} \\ &= \frac{2\sqrt{6}}{6} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{3} \\ &= \frac{1}{3}\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b. } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} &= \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{6}}{2} \\ &= \frac{1}{2}\sqrt{6} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{d. } \frac{\sqrt{2}}{5 - \sqrt{3}} &= \frac{\sqrt{2}}{5 - \sqrt{3}} \times \frac{5 + \sqrt{3}}{5 + \sqrt{3}} \\ &= \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{3}}{5^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{6}}{25 - 3} \\ &= \frac{5\sqrt{2} + \sqrt{6}}{22} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e. } \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} &= \frac{1}{\sqrt{5} - \sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{\sqrt{5} + \sqrt{3}} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{5 - 3} \\ &= \frac{\sqrt{5} + \sqrt{3}}{2} \\ &= \frac{1}{2}(\sqrt{5} + \sqrt{3}) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{c. } \frac{1}{\sqrt{18}} &= \frac{1}{\sqrt{9 \times 2}} \\ &= \frac{1}{3\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \\ &= \frac{\sqrt{2}}{6} = \frac{1}{6}\sqrt{2} \end{aligned}$$

LATIHAN 10

Rasionalkan bentuk akar berikut ini.

a. $\frac{1}{\sqrt{3}}$

c. $\frac{\sqrt{15}}{\sqrt{18}}$

e. $\frac{1}{\sqrt{6} - 4}$

g. $\frac{4}{\sqrt{7} + \sqrt{3}}$

b. $\sqrt{\frac{6}{9}}$

d. $\sqrt{3\frac{1}{6}}$

f. $\frac{3}{\sqrt[3]{24} + \sqrt{5}}$

h. $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8} - 2}$



Aplikasi Pangkat Tak Sebenarnya dalam Kehidupan

Dalam kehidupan sehari-hari banyak persoalan yang pemecahannya memakai pangkat. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut ini.

Contoh SOAL

1. Jarak Bumi ke Matahari adalah 385 juta km. Jika kecepatan cahaya 3×10^8 m/s, tentukanlah waktu yang diperlukan cahaya untuk sampai ke bumi.

Penyelesaian:

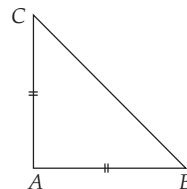
$$\text{Jarak} = \text{kecepatan} \times \text{waktu}$$

$$385 \times 10^6 \text{ km} = (3 \times 10^8 \text{ m/det}) t$$

$$\begin{aligned} t &= \frac{385 \times 10^6 \text{ km}}{3 \times 10^8 \text{ m/det}} \\ &= \frac{385 \times 10^9 \text{ m}}{3 \times 10^8 \text{ m/det}} \\ &= \frac{385 \times 10^9 \times 10^{-8}}{3} \text{ det} \\ &= \frac{385 \times 10}{3} \text{ det} \\ &= 1.283,33 \text{ det} \end{aligned}$$

Jadi, waktu yang diperlukan cahaya untuk sampai ke bumi 1.283,33 detik.

2. Pada gambar di samping $\triangle ABC$ siku-siku sama kaki dengan $AB = AC$ dan $AC \perp AB$. Tentukan panjang BC jika



$$AB = 5\sqrt{5} \text{ cm.}$$

Penyelesaian:

Karena $\triangle ABC$ siku-siku maka untuk mencari panjang BC dapat digunakan dalil Pythagoras berikut.

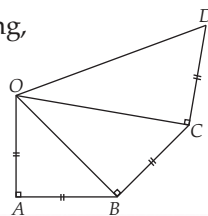
$$\begin{aligned} BC^2 &= AB^2 + AC^2 \\ &= (5\sqrt{5})^2 + (5\sqrt{5})^2 \\ &= 125 + 125 = 250 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} BC &= \sqrt{250} = \sqrt{25 \times 10} \\ &= 5\sqrt{10} \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Keliling } \triangle ABC &= AB + BC + AC \\ &= 5\sqrt{5} + 5\sqrt{5} + 5\sqrt{10} \\ &= 10\sqrt{5} + 5\sqrt{10} \text{ cm} \end{aligned}$$

Soal-Soal Kontekstual

1. Sebuah bakteri berukuran $1,2 \times 10^{-7}$ cm. Jika ukuran dari kumpulan bakteri adalah 6 cm, berapa banyak bakteri semuanya?
2. Suatu bakteri dalam 1 menit berkembang menjadi 2 kali. Suatu populasi bakteri berjumlah 5.000. Banyaknya populasi bakteri setelah n menit dinyatakan sebagai $T = 5.000 \times 2^n$. Hitunglah banyak bakteri setelah 10 menit, 20 menit, dan 1 jam.
3. Jari-jari Jupiter adalah 11 kali jari-jari bumi (sekitar 6.378,1 km). Berapa kali perbandingan volume Jupiter dengan Bumi? (*Petunjuk:* Anggap kedua planet berbentuk bola.)
4. Misalkan setiap orang di dunia dibagikan tanah seluas ruang kelas kalian (sekitar $5,5 \times 10^9$ orang) untuk tempat tinggal. Berapa luas tanah yang dibutuhkan untuk tempat tinggal seluruh penduduk dunia itu?
5. Pada gambar di samping, diketahui $OA = AB = BC = CD$ dan $\angle A = \angle B = \angle C = 90^\circ$. Hitunglah panjang OD jika $OA = 5$ cm.





KEGIATAN

Lakukan kegiatan ini bersama teman sebangkumu. Pergilah ke perpustakaan sekolahmu kemudian carilah informasi mengenai diameter dari planet yang ada dalam tata surya kita. Setelah kalian memperoleh ukuran diameter planet-planet itu, hitunglah volume planet-planet itu. Setelah itu urutkan planet-planet itu dari yang volumenya terkecil. Dengan menggunakan plastik transparan dan OHP, jelaskan hasil yang kalian peroleh di depan kelas. Untuk mempermudah perhitungan gunakan kalkulator.

(**Catatan:** Anggap semua planet berbentuk bola).

RANGKUMAN

1. Pangkat merupakan perkalian berulang

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n$$

2. $a^0 = 1, a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

3. Sifat-sifat bilangan berpangkat bulat

- $a^m \times a^n = a^{m+n}$
- $a^m : a^n = a^{m-n}, a \neq 0$
- $a^n \times b^n = (a \times b)^n$
- $a^m : b^m = (a : b)^m, b \neq 0$
- $(a^m)^n = a^{m \times n}$

4. $\sqrt[n]{b} = b^{\frac{1}{n}}, \sqrt[n]{b} = b^{\frac{1}{n}}, \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$

5. Sifat-sifat bilangan berpangkat pecahan dan bentuk akar.

- $\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \times b}$
- $b^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{a} - c^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{a} = (b - c)^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{a}$
- $\sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a : b}$
- $\sqrt[n]{\sqrt[n]{a}} = \left(a^{\frac{1}{n}}\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{1}{n} \times \frac{1}{n}}$
- $\left(a^{\frac{1}{n}}\right)^m = a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$
- $\sqrt[n]{a^m} = \left(a^m\right)^{\frac{1}{n}} = a^{\frac{m}{n}} = a$
- $b^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{a} + c^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{a} = (b + c)^{\frac{1}{n}} \sqrt[n]{a}$
- $a^{\frac{-m}{n}} = \frac{1}{a^{\frac{m}{n}}}$

- 6.

Bentuk Akar	Sekawan
\sqrt{a}	\sqrt{a}
$\sqrt{a} - \sqrt{b}$	$\sqrt{a} + \sqrt{b}$
$a - \sqrt{b}$	$a + \sqrt{b}$
$\sqrt{a} - b$	$\sqrt{a} + b$

Uji Kompetensi Bab 4

A Pilihan ganda

Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

1. Nilai dari 2^{-1} setara dengan
 - a. 2
 - b. $\frac{1}{2}$
 - c. $\frac{1}{4}$
 - d. $\frac{1}{8}$
2. Nilai dari 2^0 setara dengan
 - a. 1
 - b. 0
 - c. 2
 - d. $\frac{1}{2}$
3. Hasil dari $2^3 \times 2^5$ adalah
 - a. 2^8
 - b. 2^{15}
 - c. 2^{18}
 - d. 2^{22}
4. Nilai dari $2^{-5} : 2^{-3}$ adalah
 - a. $\frac{1}{2}$
 - b. $\frac{1}{4}$
 - c. $\frac{1}{8}$
 - d. $\frac{1}{16}$
5. Bentuk dari $3^{\frac{2}{3}}$ sama dengan
 - a. $\sqrt[3]{3^2}$
 - b. $\sqrt[3]{3}$
 - c. $\sqrt{3^2}$
 - d. $\sqrt{3}$
6. Nilai dari $8^{\frac{1}{3}}$ adalah ...
 - a. $\frac{1}{2}$
 - b. 2
 - c. $\frac{1}{4}$
 - d. 4
7. Hasil dari $\frac{2^3 \times 2^6}{2^2 \times 2^3}$ adalah
 - a. 2^2
 - b. 2^4
 - c. 2^5
 - d. 2^6
8. Nilai dari $\frac{2^{-2} \times 2^{-3}}{2^{-4} \times 2^{-5}}$ adalah
 - a. 2^4
 - b. 2^2
 - c. 2^{-2}
 - d. 2^{-4}
9. Hasil dari $2\sqrt{3} \times 3\sqrt{3}$ adalah
 - a. 6
 - b. $6\sqrt{3}$
 - c. 18
 - d. $18\sqrt{3}$
10. Bentuk $\frac{2}{\sqrt{2}}$ dapat dinyatakan menjadi
 - a. $\frac{\sqrt{2}}{2}$
 - b. $\sqrt{2}$
 - c. $2\sqrt{2}$
 - d. $\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}$
11. Hasil dari $\sqrt{20} + \sqrt{125} - \sqrt{45}$ adalah
 - a. $\sqrt{5}$
 - b. 4
 - c. $2\sqrt{5}$
 - d. $4\sqrt{5}$
12. $\sqrt{36,2} = m$ dan $\sqrt{3,62} = n$. Nilai $\sqrt{0,000362}$ adalah
 - a. $100n$
 - b. $10m$
 - c. $\frac{n}{100}$
 - d. $\frac{m}{100}$
13. $\sqrt{7.600} = p$ dan $\sqrt{760} = m$. Nilai $\sqrt{0,000076}$ adalah
 - a. $\frac{p}{10}$
 - b. $\frac{p}{100}$
 - c. $\frac{p}{10.000}$
 - d. $\frac{m}{10.000}$
14. Bentuk terukur dari $\frac{5}{\sqrt{5}}$ adalah
 - a. $\frac{\sqrt{5}}{5}$
 - b. $\sqrt{5}$
 - c. $\frac{\sqrt{5}}{2}$
 - d. $5\sqrt{5}$
15. Bentuk terukur dari $\sqrt{\frac{8}{3}}$ adalah

- a. $\frac{\sqrt{2}}{3}$ c. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$ 18. $\frac{\sqrt{2} \times \sqrt[3]{2}}{\sqrt[4]{\frac{1}{2}}}$ adalah
- b. $\sqrt{3}$ d. $\frac{2\sqrt{6}}{3}$ a. $\sqrt[12]{2^{11}}$ c. $\sqrt[12]{2^{15}}$
16. Jumlah dari $\sqrt{8} + \sqrt{50} + \sqrt{20\frac{1}{4}} + \sqrt{30\frac{1}{4}}$ adalah
- a. $7\sqrt{2} + 10$ c. $5\sqrt{2} + 2$ b. $2\sqrt[12]{2}$ d. $\sqrt[12]{2^{13}}$
- b. $7\sqrt{2} + 5$ d. $7\sqrt{2} + 12$ 19. $12\sqrt{2} = 6\sqrt{x}$, nilai x adalah
17. $\sqrt{a\sqrt[3]{a}}$ dinyatakan dalam satu bentuk akar adalah
- a. $\sqrt[6]{a^5}$ c. $\sqrt[3]{a}$ a. $\sqrt{8}$ c. 64
- b. $\sqrt[3]{a^2}$ d. $\sqrt[3]{a}$ b. 8 d. $\sqrt{64}$
20. $4\sqrt{2} \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{x}$. Nilai x yang memenuhi adalah
- a. 2 c. 16
- b. 8 d. 64

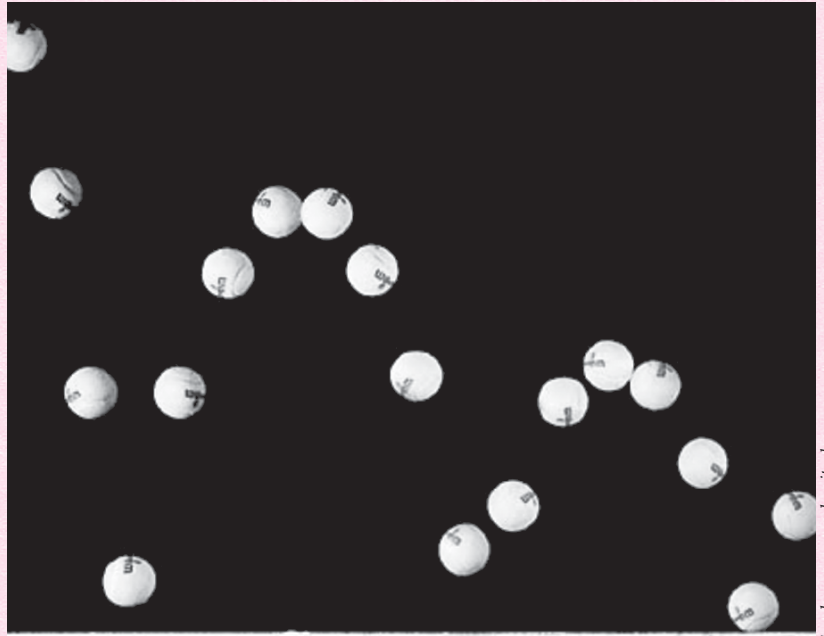
B Esai

Selesaikanlah soal-soal di bawah ini.

- Tentukanlah nilai dari
 - 2^3
 - 3^4
 - $5^2 \times 5^3$
 - $2^2 \times 5^3$
- Tentukanlah nilai dari
 - 2^{-3}
 - 3^{-3}
 - $\frac{1}{2^{-2}}$
 - $\frac{1}{2^{-3}}$
- Tentukanlah nilai dari
 - $16^{\frac{1}{2}}$
 - $64^{\frac{1}{3}}$
 - $256^{\frac{5}{4}}$
 - $144^{\frac{1}{2}}$
- Tentukanlah nilai dari
 - $\left(8^{\frac{1}{2}}\right)^4$
 - $(2^4)^{\frac{1}{2}}$
 - $\left(4^{\frac{1}{3}}\right)^6$
 - $(16^2)^{\frac{2}{5}}$
- Hitunglah nilai x pada persamaan berikut.
 - $2^x = 64$
 - $3^{x+1} = 27$
 - $5^{x-2} = 25$
 - $5^{2x+1} = 125$
- Hitunglah nilai x dari
 - $2^x \times 2^2 = 64$
 - $8^x \times 2^3 = 1.024$
 - $2^{x+1} \times 4^2 = 2.048$
 - $9^{2x} \times 3 = 243$
- Buatlah menjadi bentuk terukur.
 - $\frac{1}{\sqrt{2}}$
 - $\frac{5}{\sqrt{5}}$
 - $\frac{2}{\sqrt{8}}$
 - $\frac{4}{\sqrt{8}}$
- Sederhanakanlah bentuk akar berikut.
 - $\sqrt{8}$
 - $\sqrt{12}$
 - $\sqrt{24}$
 - $\sqrt{72}$
 - $\sqrt{108}$
 - $\sqrt{180}$
- Buatlah bentuk akar berikut menjadi bentuk terukur.
 - $\frac{2}{\sqrt{8}}$
 - $\frac{3}{\sqrt{12}}$
 - $\frac{6}{\sqrt{72}}$
 - $\frac{12}{\sqrt{96}}$
- Sederhanakanlah menjadi bentuk terukur.
 - $\sqrt[3]{27^2} + \sqrt{8^2} - \sqrt[6]{16^3}$
 - $\frac{\sqrt{8} \times \sqrt{16^2}}{\sqrt{64^3} : \sqrt[2]{1.024^3}}$
 - $\frac{\sqrt{27} \times \sqrt[3]{18^2}}{\sqrt[2]{36^3}} : \frac{\sqrt[2]{25^3}}{\sqrt[3]{32}}$

BAB 5

Barisan dan Deret



Sumber: www.aeb.mil.edu

Tujuan Pembelajaran

- Mengetahui unsur-unsur pada barisan dan deret
- Menentukan pola barisan bilangan
- Memahami pengertian barisan dan deret
- Menentukan suku ke- n pada barisan geometri dan aritmetika
- Menentukan jumlah n suku pertama deret geometri dan aritmetika
- Menggunakan konsep barisan dan deret dalam memecahkan masalah.

Masih ingatkah kalian konsep pola bilangan yang telah kalian pelajari di SD? Konsep pola bilangan perlu kalian pahami terlebih dahulu sebelum mempelajari bab ini. Pada bab ini pola bilangan yang telah kalian pelajari akan dikembangkan lagi.

Dalam kehidupan sehari-hari banyak hal yang berhubungan dengan pola bilangan. Salah satunya seperti terlihat pada gambar di atas.

Gambar di atas memperlihatkan pantulan sebuah bola yang dijatuhkan dari ketinggian 12 m. Bola itu menyentuh lantai dan memantul kembali dengan ketinggian $\frac{3}{4}$ dari tinggi sebelumnya. Jika pantulan itu berlangsung terus menerus, dapatkan kalian menentukan panjang lintasan bola pada gambar saat pantulan ketiga?

Kalian akan dapat dengan mudah menjawab pertanyaan tersebut setelah mempelajari bab ini. Kalian juga akan menemukan banyak lagi hal-hal menarik yang sering kita jumpai dalam kehidupan sehari-hari.

- Tentukan pola dari barisan berikut ini.
 - 2, 4, 6, 8, ...
 - 3, 6, 9, 12, ...
 - 2, 4, 8, 16, ...
- Carilah suku berikutnya dari barisan berikut ini.
 - 1, 3, 9, 27, ...
 - 64, 32, 16, 8, ...
 - $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$
- Carilah dua suku berikutnya dari barisan berikut.
 - 1, 5, 10, 15, ... , ...
 - 1, 3, 2, 5, 3, ... , ...
 - 2, 3, 4, 6, 8, ... , ...
- Tentukan pola dari barisan berikut ini.
 - $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \dots, \dots$
 - 1, 4, 9, 16, ...



Pola Bilangan Sederhana

Masih ingatkah kalian dengan bilangan genap dan bilangan ganjil? Tahukah kalian pada susunan bilangan genap atau ganjil mempunyai pola bilangan? Untuk mengetahui apa yang dimaksud dengan pola bilangan, perhatikanlah pembahasan berikut.

1 Barisan dan Deret dalam Keseharian

Ali mengundang semua temannya untuk datang ke perayaan ulang tahunnya. Teman-teman yang diundangnya harus bersalaman atau berjabat tangan dengan dia dan teman-temannya yang telah datang terlebih dahulu. Teman Ali yang pertama datang hanya menyalami Ali, teman yang kedua harus menyalami Ali dan temannya yang pertama. Dapatkah kalian menentukan banyak jabat tangan seluruhnya jika Ali mengundang 20 orang? Berapa jabat tangan seluruhnya jika ia mengundang 30 orang? Untuk menjawab pertanyaan ini, perhatikanlah penjelasan berikut.

Tabel 5.1 Banyak jabat tangan pada perayaan ulang tahun Ali

A Tamu yang hadir	B Banyak orang	C Jabatan tangan yang dilakukan	D Banyak jabat tangan
ke-1	2	1	1
ke-2	3	2	3
ke-3	4	3	6
ke-4	5	4	10
ke-5	6	5	15
ke-6	7	6	21
⋮	⋮	⋮	⋮
ke- <i>n</i>

Bilangan pada kolom D, yaitu 1, 3, 6, 10, 15, 21, ... pada Tabel 5.1 memiliki pola keteraturan di antara bilangan-bilangannya. Bilangan pada kolom D dimulai dengan 1 dan untuk bilangan berikutnya ditambah 2 dan bilangan berikutnya ditambah 3, dan seterusnya. Keteraturan dari susunan bilangan itu dinamakan *pola bilangan*.

Perhatikan susunan bilangan pada Tabel 5.1 kolom C, yaitu 1, 2, 3, 4, Terlihat bilangan-bilangannya disusun

dengan aturan yang teratur, yaitu bilangan berikutnya merupakan bilangan sebelumnya ditambah 1. Susunan bilangan seperti di atas disebut barisan bilangan. Jadi, dapat didefinisikan bahwa *barisan bilangan* adalah susunan bilangan yang diurutkan dengan suatu aturan tertentu. Tiap-tiap bilangan yang terdapat dalam barisan disebut *suku* dari barisan.

Jika setiap suku pada barisan 1, 2, 3, 4, ... kita jumlahkan, diperoleh $1 + 2 + 3 + 4 + \dots$. Bentuk inilah yang disebut deret. Secara umum dapat didefinisikan bahwa *deret* adalah penjumlahan semua suku-suku dari suatu barisan.

LATIHAN 1

- Tentukan pola bilangan atau aturan pembentukan barisan berikut.
 - 2, 4, 6, 8, ...
 - 1, 3, 6, 10, 15, ...
 - 1, 4, 9, 16, 25, ...
 - 1, 9, 27, 81, 243, ...
 - 3, 12, 48, 192, ...
 - 625, 125, 25, 5, ...
- Tentukan dua suku berikutnya dari barisan berikut.
 - 10, 15, 23, 34, 48, ...
 - 3, 5, 9, 15, 23, ...
 - 1, 8, 27, 64, 125, ...
 - 2, 6, 18, 54, ...
 - 64, 32, 16, 8, ...
- Selembar kertas dilipat hingga terbentuk dua bagian yang sama. Pada lipatan pertama terdapat dua lembaran kertas. Pada lipatan kedua terdapat empat lembaran kertas. Dapatkah kalian menentukan aturan pola bilangan untuk menentukan banyak lembaran pada lipatan ke-8, ke-10 atau ke-12?
- Seorang pegawai menerima gaji pertama Rp1.000.000,00. Setiap bulan gajinya naik Rp60.000,00. Setelah berapa tahunkah gajinya menjadi Rp5.000.000,00?

2 Unsur-Unsur Barisan

Perhatikan barisan bilangan berikut.

- 1, 5, 9, 13, 17, ...
- 3, 5, 7, 9, 11, ...

Dari kedua contoh di atas tampak bahwa suku-suku pada barisan itu memiliki pola tertentu, yaitu selisih antara dua suku yang berurutan selalu *tetap*. Barisan bilangan seperti itu disebut *barisan aritmetika*. Selisih tetap tersebut biasa disebut *beda* (b) dan suku pertama dinyatakan dengan a atau U_1 .



Untuk Diingat

Pada barisan aritmetika
 a = suku pertama
 $= U_1$
 $b = U_n - U_{n-1}$

Beda dari barisan aritmetika adalah

$$b = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_n - U_{n-1}$$

Pada barisan 1, 5, 9, 13, 17, ... terdapat suku-suku berikut. $U_1 = 1$, $U_2 = 5$, $U_3 = 9$, dan seterusnya. Dengan demikian, diperoleh $b = 5 - 1 = 9 - 5 = 4$.

Pada barisan 3, 5, 7, 9, 11, ... terdapat suku-suku berikut. $U_1 = 3$, $U_2 = 5$, $U_3 = 7$, dan seterusnya. Dengan demikian, diperoleh $b = 5 - 3 = 9 - 7 = 2$.

Sekarang, bagaimana dengan barisan 2, 6, 18, 54, 162, ...? Selisih antara dua suku yang berurutannya tidak tetap. Ternyata pada barisan itu, suku berikutnya diperoleh dari suku sebelumnya dikalikan suatu bilangan tetap, yaitu 3. Bentuk barisan yang demikian dinamakan *barisan geometri*. Bilangan tetap yang digunakan sebagai pengali itu disebut dengan *rasio* dan dilambangkan dengan r . Rasio dari barisan geometri adalah

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} = \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

Dengan kata-kata kalian sendiri, coba kalian terangkan lagi mengenai barisan aritmetika dan geometri di depan kelas.



Untuk Diingat

Perbandingan antara suku yang berurutan pada barisan geometri disebut *rasio*.

Contoh SOAL

1. Diketahui barisan 3, 7, 11, 15, 19,

Tentukanlah:

- suku pertama, dan
- beda.

Penyelesaian:

- suku pertama $= a = U_1 = 3$.
- $b = U_2 - U_1 = 7 - 3$
 $= U_3 - U_2 = 11 - 7$
 $= 4$

2. Diketahui barisan 12, 36, 108, 324,

Tentukanlah:

- suku pertama, dan
- rasio.

Penyelesaian:

- $a = U_1 = 12$
- $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{36}{12}$

$$\begin{aligned} &= \frac{U_3}{U_2} = \frac{108}{36} \\ &= 3 \end{aligned}$$

3. Diketahui barisan 81, 27, 9, 3,

Tentukanlah

- suku pertama, dan
- rasio.

Penyelesaian:

- $a = U_1 = 81$
- $r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{27}{81}$
 $= \frac{U_3}{U_2} = \frac{9}{27}$
 $= \frac{1}{3}$

LATIHAN 2

- Tentukan a , b , atau r dari barisan berikut.
 - 3, 7, 11, 15, 19, ...
 - 15, 29, 43, 57, ...
 - 97, 90, 83, 76, ...
 - 2, 4, 8, 16, ...
 - 81, 27, 9, 3, ...
 - 30, 36, 42, ...
 - 93, $90\frac{1}{2}$, 88, ...
 - 164, 82, 41, ...
 - $4, \frac{7}{2}, 3, \frac{5}{2}, \dots$
 - $\frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{4}{9}, \dots$
- Jika kalian mengetahui suku pertama dan beda suatu deret aritmetika, bagaimana kalian menentukan suku kelima?
- Dapatkah kalian menggunakan rasio untuk menuliskan pola berulang pada barisan geometri? Jelaskan.

3 Suku ke- n Barisan Bilangan

Perhatikan barisan berikut ini.

3, 6, 9, 12, ...

Bilangan berapakah suku ke-500?

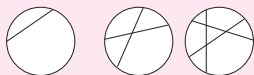
Apakah kalian akan mendaftar barisan bilangan sampai urutan ke-500? Tentu hal itu tak mungkin dilakukan. Kalian dapat menentukan suku ke-500 dengan mempelajari cara menentukan suku ke- n . Untuk lebih jelasnya perhatikan tabel berikut ini.

Bilangan Asli	Bilangan pada suku ke-	Pola barisan
1	3	3×1
2	6	3×2
3	9	3×3
4	12	3×4
\vdots	\vdots	\vdots
n	...	$3 \times \dots$

Math Quiz



Berapa maksimum banyak daerah yang terbentuk bila sebuah lingkaran dibagi oleh n tali busur?



Kalau kita amati pola pada barisan bilangan itu adalah

$$U_1 = a = 3$$

$$U_2 = 3 \times 2 = a \times 2$$

$$U_3 = 3 \times 3 = a \times 3$$

$$U_4 = 3 \times 4 = a \times 4$$

Dengan melihat pola di atas, dapatkah kalian menentukan suku ke- n barisan bilangan tersebut?

LATIHAN 3

- Tentukan aturan untuk suku ke- n dari barisan berikut.
 - 3, 5, 7, 9, ...
 - 1, 5, 9, 13, ...
 - 1, 6, 11, 16, ...
 - 97, 94, 91, 88, ...
 - 25, 20, 15, 10, ...
 - 2, 4, 8, 16, ...
 - 8, 16, 32, 64, ...
 - 6, 9, 13, 20, ...
 - 96, 48, 24, 12, ...
 - 80, 40, 20, 10, ...


- Perhatikan pola dari pasangan bilangan berikut.

$$4\frac{1}{2} \times 2\frac{2}{7} = 4\frac{1}{2} + 2\frac{2}{7}$$

$$2\frac{2}{3} \times 1\frac{3}{5} = 3\frac{1}{2} + 1\frac{3}{5}$$

$$1\frac{5}{6} \times 2\frac{1}{5} = 1\frac{5}{6} + 2\frac{1}{5}$$

Tentukan pola dari pasangan-pasangan bilangan di atas.

- 

5 8 11

Perhatikan pola noktah-noktah di atas. Tentukan aturannya untuk pola ke- n .

- Perhatikan pola barisan berikut.

$$1, 4, 10, 19, \dots, \dots$$

$$1 = \frac{1 \times 2}{2} + (1 - 1)^2$$

$$4 = \frac{2 \times 3}{2} + (2 - 1)^2$$

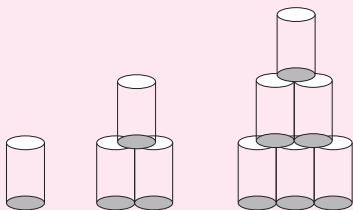
$$10 = \frac{3 \times 4}{2} + (3 - 1)^2$$

$$19 = \frac{4 \times 5}{2} + (4 - 1)^2$$

$$\dots = \dots + \dots$$

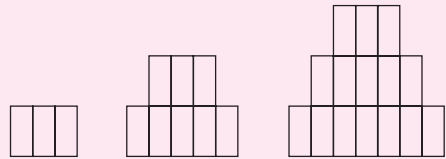
Tentukan aturan untuk suku ke- n .

- a.



Gambar di atas adalah tumpukan-tumpukan kaleng minuman ringan yang membentuk suatu aturan tertentu. Berapakah banyaknya kaleng minuman dari tumpukan kaleng yang susunan paling bawahnya berjumlah 5?

- b.



Pada gambar di atas banyak persegi panjang berturut-turut adalah 3, 8, 15. Tentukan banyak persegi panjang pada pola ke-10.

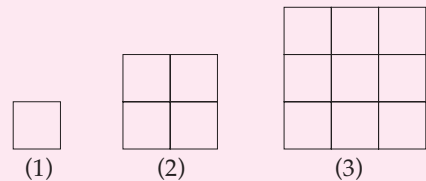
- 6.



Pada gambar di atas, banyak batang korek api yang diperlukan untuk pola I adalah 3 batang korek api; pola II adalah 7 batang korek api; pola III adalah 11 batang korek api.

Tentukan banyak batang korek api pada pola ke-20.

- 7.



Gambar di atas adalah persegi-persegi yang tersusun membentuk pola tertentu.

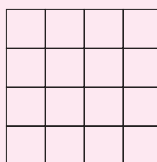
Gambar (1) ada 1 persegi

Gambar (2) ada 5 persegi

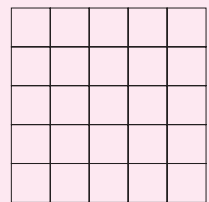
Gambar (3) ada 14 persegi

Tentukan banyak persegi pada persegi berikut.

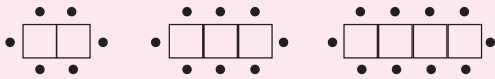
- a.



- b.



8.



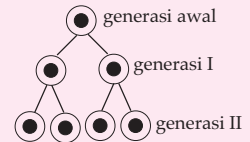
Gambar di atas adalah banyaknya orang yang dapat duduk di sebuah restoran jika:

- 2 meja disatukan adalah 6;
- 3 meja disatukan adalah 8;
- 4 meja disatukan adalah 10 orang.

Jika yang datang ada 22 orang berapa meja yang harus disatukan?

KEGIATAN

Sebuah sel berkembang biak dengan membelah diri menjadi 2. Mula-mula ada 1 kemudian menjadi 2. Karena setiap sel membelah menjadi 2 maka banyak sel menjadi 4 dan seterusnya.



Generasi	1	2	3	4	5	6	...	n
Banyak sel	2						...	

- Salin dan lengkapi tabel yang menunjukkan banyak sel pada setiap generasi baru.
- Tuliskan banyak sel dalam bentuk barisan. Apa rumus suku ke- n barisan itu? Apakah barisan itu barisan aritmetika? Jelaskanlah.
- Pada generasi ke berapa banyak sel akan melebihi 100? 1.000? Tunjukkan cara kalian menentukannya.



Deret Aritmetika dan Deret Geometri

1 Barisan dan Deret Aritmetika

Telah kita ketahui bahwa penjumlahan semua suku-suku dari suatu barisan disebut *deret*. Untuk memahami perbedaan antara barisan bilangan dan deret, perhatikan tabel berikut.

No	Barisan Bilangan	Deret
1	2, 4, 6, 8, 10	$2 + 4 + 6 + 8 + 10$
2	10, 8, 6, 4, 2	$10 + 8 + 6 + 4 + 2$

Pada deret $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ terdapat suku-suku berikut. Suku ke-1 = $U_1 = 2$, suku ke-2 = $U_2 = 4$, dan seterusnya.

$$U_2 - U_1 = 4 - 2 = 2 \qquad U_4 - U_3 = 8 - 6 = 2$$

$$U_3 - U_2 = 6 - 4 = 2 \qquad U_5 - U_4 = 10 - 8 = 2$$

$$\text{Jadi, beda} = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = U_5 - U_4 = 2$$

Selanjutnya, perhatikan deret berikut ini.

$10 + 8 + 6 + 4 + 2$ diperoleh $U_1 = 10$, $U_2 = 8$, dan seterusnya.

$$U_2 - U_1 = 8 - 10 = -2 \qquad U_4 - U_3 = 4 - 6 = -2$$

$$U_3 - U_2 = 6 - 8 = -2 \qquad U_5 - U_4 = 2 - 4 = -2$$

$$\text{Jadi, beda} = U_2 - U_1 = U_3 - U_2 = U_4 - U_3 = U_5 - U_4 = -2$$

Deret $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ dan $10 + 8 + 6 + 4 + 2$ disebut *deret aritmetika* karena deret-deret itu mempunyai beda (selisih) yang sama antara suku-suku yang berurutan.

Deret $2 + 4 + 6 + 8 + 10$ disebut *deret aritmetika naik* karena deret itu mempunyai beda *lebih dari nol* atau *positif*, yaitu 2. Sebaliknya, deret $10 + 8 + 6 + 4 + 2$ disebut *deret aritmetika turun* karena deret itu mempunyai beda *kurang dari nol* atau *negatif*, yaitu -2 .

LATIHAN 4

Berilah tanda “n” untuk deret aritmetika naik dan “t” untuk deret aritmetika turun.

1. $4 + 10 + 16 + 22 + 28 + \dots$

☐

6. $20 + 16 + 12 + 8 + \dots$

☐

2. $5 + 7 + 9 + 11 + 13 + \dots$

☐

7. $84 + 80 + 76 + 72 + \dots$

☐

3. $72 + 68 + 64 + 60 + \dots$

☐

8. $72 + 68 + 64 + 60 + \dots$

☐

4. $62 + 50 + 38 + 26 + \dots$

☐

9. $82 + 90 + 98 + 116 + \dots$

☐

5. $22 + 24 + 27 + 31 + \dots$

☐

10. $60 + 56 + 54 + 50 + \dots$

☐

2 Suku ke- n pada Barisan Aritmetika

Misalkan seorang kakak memberikan uang kepada adiknya setiap hari dengan aturan tertentu. Pada hari pertama ia memberikan Rp500,00; hari kedua Rp550,00; hari ketiga Rp600,00; hari keempat Rp650,00 dan seterusnya hingga akhir bulan. Dapatkah kalian menentukan besarnya uang yang diberikan kakak kepada adiknya pada hari ke-10, ke-20, dan ke-30?

Besar uang yang diberikan kakak kepada adiknya untuk setiap harinya dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc} 500, & 550, & 600, & 650, & \dots \\ & \nearrow & \nearrow & \nearrow & \\ & +50 & +50 & +50 & \end{array}$$

Ternyata susunan bilangan di atas merupakan barisan aritmetika karena selisih antara dua suku berurutannya tetap, yaitu 50. Dalam barisan aritmetika 500, 550, 600, ... tersebut, bilangan 500 menyatakan suku pertama (U_1) dan pertambahan uang 50 tiap hari, biasa disebut beda (b). Secara umum jika U_1 menyatakan suku pertama dan U_n suku ke- n

dari barisan aritmetika 500, 550, 600, ... dengan beda $b = 50$ maka

$$U_1 = 500 = \text{besar uang yang diberikan kepada adik hari ke-1}$$

$$U_2 = U_1 + b = 500 + 50 = 550$$

$$U_3 = U_2 + b = (U_1 + b) + b = U_1 + 2b = 500 + 100 = 600$$

$$U_4 = U_3 + b = (U_1 + 2b) + b = U_1 + 3b = 500 + 150 = 650$$

$$\vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots \quad \vdots$$

$$U_n = \text{besar uang yang diberikan kepada adik di hari ke-}n$$

Pola di atas dapat diperjelas dalam tabel berikut.

Hari ke-	Besarnya Uang	Tambahan	Aturan
1	500	0	U_1
2	$550 = 500 + 50$	50	$U_1 + b$
3	$600 = 500 + 100$	100	$U_1 + 2b$
4	$650 = 500 + 150$	150	$U_1 + 3b$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
n	$U_1 + (n-1)b$

Dari tabel di atas, terlihat bahwa pada hari ke- n besar uang yang diberikan kepada adik $= U_n = U_1 + (n-1)b$.

Jadi, besar uang yang diberikan kakak kepada adiknya pada:

$$\text{hari ke-10} \rightarrow U_{10} = U_1 + (10-1)b = 500 + 9(50) = 950$$

$$\text{hari ke-20} \rightarrow U_{20} = U_1 + (20-1)b = 500 + 19(50) = 1.450$$

$$\text{hari ke-30} \rightarrow U_{30} = U_1 + (30-1)b = 500 + 29(50) = 1.950$$

Dari proses di atas, kita dapat menentukan suku ke- n (U_n) dari setiap barisan aritmetika $U_1, U_2, \dots, U_{n-1}, U_n$ yang memiliki beda (b) dengan rumus berikut.

$$U_n = U_1 + (n-1)b$$

Math Quiz



Jika diketahui dua suku pertama suatu barisan aritmetika, bagaimana menentukan suku ketiga?

Contoh SOAL

1. Diketahui barisan aritmetika: 8, 15, 22, ...

Tentukan: a. suku pertama;

b. beda;

c. suku ke 10, 20, dan 30.

Penyelesaian:

a. Suku pertama $= U_1 = 8$

b. Beda $= 15 - 8 = 7$

c. (i) $U_{10} = U_1 + (n-1)b$
 $= 8 + (10-1) \times 7$
 $= 8 + 9 \times 7$
 $= 8 + 63$
 $= 71$

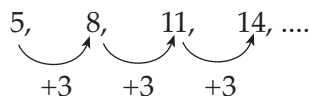
$$\begin{aligned}
 \text{(ii)} \quad U_{20} &= U_1 + (n - 1)b \\
 &= 8 + (20 - 1) \times 7 \\
 &= 8 + 19 \times 7 \\
 &= 8 + 133 = 141
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(iii)} \quad U_{30} &= U_1 + (n - 1)b \\
 &= 8 + (30 - 1) \times 7 \\
 &= 8 + 29 \times 7 \\
 &= 8 + 203 = 211
 \end{aligned}$$

2. Apakah barisan 5, 8, 11, 14, ... merupakan barisan aritmetika? Jika ya, berapa beda pada barisan itu?

Penyelesaian:

Mari kita selidiki hubungan antara suku-suku yang berurutan.



Terlihat dengan jelas bahwa
 suku kedua = suku pertama + 3
 suku ketiga = suku kedua + 3
 suku keempat = suku ketiga + 3

Terdapat pola yang jelas pada barisan di atas. Suku berikutnya diperoleh dari satu suku sebelumnya ditambah 3. Jadi, barisan di atas merupakan barisan aritmetika dengan beda = 3.

LATIHAN 5

- Tentukanlah U_n dari barisan berikut.
 - 2, 5, 8, 11, 14, ...
 - 4, 0, 4, 8, 12, ...
 - 5, 8, 11, 14, 17, ...
 - 4, 7, 10, 13, 16, ...
 - 3, 5, 7, 9, 11, ...
- Tentukanlah U_{10} dari barisan berikut.
 - 4, 12, 20, ...
 - 12, 8, 4, ...
 - 15, 9, 3, ...
 - 12, 10, 8, ...
 - 16, 10, 4, ...
- Hitunglah soal-soal berikut.
 - Suku ke-20 dari 5, 2, -1, -4, ...
 - Suku ke-25 dari $1, 3\frac{1}{2}, 6, 8\frac{1}{2}, \dots$
 - Suku ke-50 dari $p, (p + q), (p + 2q), \dots$
 - Suku ke-24 dari $1, (1 + \sqrt{2}), (1 + 2\sqrt{2}), \dots$
 - Suku ke-16 dari $1, (1 - \sqrt{2}), (1 - 2\sqrt{2}), \dots$
- Apakah masalah sehari-hari yang dapat dibentuk dengan pola bilangan 7, 14, 21, 28, ...? Jika kalian mempunyai sebuah bilangan pada pola bilangan di atas, bagaimana kalian dapat menemukan bilangan selanjutnya?

3 Jumlah Sampai Suku Ke- n pada Deret Aritmetika

Misalkan seorang kakak memberikan sebanyak 3 kelereng kepada adiknya di hari pertama. Kemudian, ia meningkatkan banyak kelereng yang diberikan kepada adik 2 kelereng setiap harinya.

Perhatikan Tabel 5.2! Jumlah kelereng yang diberikan kakak kepada adiknya untuk 8 hari pertama dapat ditulis dengan deret aritmetika sebagai berikut.

$$3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 \dots\dots(i)$$

Pada deret aritmetika tersebut, bilangan 7 menyatakan suku ketiga (U_3). Secara umum U_3 menyatakan suku ketiga

Tabel 5.2 Banyak kelereng yang diberikan Ali kepada adiknya

Tanggal	Banyak Kelereng
1	3
2	5
3	7
4	9
5	11
6	13
7	15
8	17

dari $U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_n$. Untuk menyatakan jumlah n suku pertama dari deret aritmetika digunakan notasi S_n . Dengan demikian,

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} + U_n$$

Selanjutnya, untuk menghitung jumlah delapan suku pertama (S_8) dari deret aritmetika dalam persamaan (i), digunakan cara sebagai berikut.

$$S_8 = 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17$$

$$S_8 = \frac{17 + 15 + 13 + 11 + 9 + 7 + 5 + 3}{2} +$$

$$2S_8 = 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20 + 20$$

$$2S_8 = 8 \times 20$$

$$S_8 = \frac{8 \times 20}{2} \dots\dots(ii)$$

$$S_8 = 80$$

Jadi, jumlah kelereng yang diberikan kakak kepada adiknya selama 8 hari pertama adalah 80.

Perhatikan persamaan (ii), nilai 20 adalah jumlah dari 3 (sebagai suku pertama) dan 17 (sebagai suku terakhir).

$$\text{Akibatnya persamaan (ii) dapat ditulis } S_8 = \frac{8(3 + 17)}{2}.$$

Proses ini menunjukkan bahwa kita dapat menghitung S_n dari setiap deret aritmetika. Caranya adalah kalikan banyak suku (n) dengan jumlah suku pertama dan suku terakhir, yaitu $(U_1 + U_n)$. Kemudian, bagilah hasilnya dengan 2.

Dari uraian di atas dapat disimpulkan hal berikut.

Jika $S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} + U_n$ adalah deret aritmetika maka $S_n = \frac{n(U_1 + U_n)}{2}$ atau $S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n)$.

Contoh SOAL

Diketahui deret berikut.

$$13 + 15 + 17 + 19 + 21 + 23 + 25 + 27.$$

Tentukan:

- jumlahnya sampai suku ke-8;
- jumlahnya sampai suku ke-20.

Penyelesaian:

- $U_1 = 13$
 $b = U_2 - U_1 = 15 - 13 = 2$

$$U_n = 27$$

$$n = 8$$

$$S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n)$$

$$S_8 = \frac{1}{2} \times 8(13 + 27)$$

$$= 4 \times 40$$

$$= 160$$

$$\begin{aligned}
 \text{b. } S_n &= \frac{1}{2}n(U_1 + U_n) &= 10(26 + (19)2) \\
 S_{20} &= \frac{1}{2}n(U_1 + U_1 + (n - 1)d) &= 10(26 + 38) \\
 &= \frac{1}{2} \times 20(13 + 13 + (20 - 1)2) &= 10(64) \\
 & &= 640
 \end{aligned}$$

LATIHAN 6

- Tentukan jumlah suku pertama dari deret berikut.
 - $4 + 8 + 12 + 16 + \dots$
 - $12 + 16 + 20 + 24 + \dots$
 - $64 + 56 + 48 + 40 + \dots$
 - $96 + 90 + 84 + 78 + \dots$
 - $100 + 108 + 116 + 124 + \dots$
- Hitunglah jumlah deret berikut.
 - $20 + 25 + 30 + 35 + \dots + 1.350$
- Sebuah deret aritmetika jumlahnya 10. Suku pertamanya 10 dan suku akhirnya -8 . Tentukanlah jumlah 50 suku pertama deret itu.
- Tentukanlah jumlah kelipatan 7 di antara 100 dan 200.

KEGIATAN

Jumlah suku pada barisan aritmetika berhingga sama dengan banyaknya suku pada barisan itu kali rata-rata suku pertama dan terakhir. Benarkah pernyataan di atas? Berikan alasanmu. Tulislah jawabanmu pada plastik transparan. Dengan menggunakan OHP jelaskan di depan kelas.

4 Barisan dan Deret Geometri

Ambillah selembar kertas, kemudian potonglah menjadi 2 bagian. Setiap bagian dipotong lagi menjadi 2 bagian, dan begitu seterusnya.

Dapatkan kalian menentukan banyaknya potongan kertas pada potongan ke-5? Untuk menjawab pertanyaan di atas, perhatikan pada Tabel 5.3 berikut.

Banyak potongan kertas dapat ditulis sebagai barisan 2, 4, 8, 16, 32. Bentuk itu disebut *barisan geometri* karena mempunyai rasio (perbandingan) yang sama antara suku-suku yang berurutan, yaitu $r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$. Sedangkan bentuk penjumlahan dari suku-suku barisan geometri disebut *deret geometri*.

Tabel 5.3 Banyak potongan dari selembar kertas

Potongan ke-	Banyak Potongan kertas
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Barisan Geometri

2, 4, 8, 16, 32

Deret Geometri $2 + 4 + 8 + 16 + 32$

Selanjutnya perhatikan dua deret geometri berikut.

- a. $2 + 4 + 8 + 16 + 32 + \dots$
 b. $16 + 8 + 4 + 2 + 1 + \dots$

Deret geometri (a) mempunyai suku-suku yang makin membesar dan rasionya $= \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$ ($r > 1$). Deret geometri yang mempunyai sifat seperti itu disebut *deret geometri naik*. Sebaliknya, deret geometri (b) mempunyai suku-suku yang semakin mengecil dan rasionya $= \frac{8}{16} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ ($0 < r < 1$). Deret geometri tersebut dinamakan *deret geometri turun*.

Dari uraian di atas, kita dapat menentukan suatu barisan geometri naik atau turun.

Jika $r > 1$ maka deret geometri naik

Jika $0 < r < 1$ maka deret geometri turun

Contoh SOAL

Manakah yang merupakan deret geometri naik dan deret geometri turun dari deret berikut?

- a. $2 + 6 + 18 + 54 + \dots$
 b. $72 + 36 + 18 + 9 + \dots$
 c. $10 + 40 + 60 + 80 + \dots$

Penyelesaian:

- a. Karena memiliki rasio $= \frac{6}{2} = 3 > 1$ maka

$2 + 6 + 18 + 54 + \dots$ adalah deret geometri naik.

- b. Karena memiliki rasio $= \frac{36}{72} = \frac{1}{2}$ ($0 < r < 1$)
 maka deret itu adalah deret geometri turun.
 c. Bukan deret geometri, karena rasio antara dua suku berurutan tidak tetap.

5 Suku ke- n pada Barisan Geometri

Ketika kalian memotong selembar kertas menjadi dua bagian yang sama. Setiap bagian dipotong lagi menjadi 2 bagian, dan begitu seterusnya, diperoleh bahwa banyaknya potongan kertas tiap potongan sebagai berikut.

Potongan ke-	Banyak Potongan
1	2 kertas
2	4 kertas
3	8 kertas
4	16 kertas

Banyak potongan kertas tiap potongan di atas dapat ditulis sebagai berikut.

$$\begin{array}{ccccccc} 2, & 4, & 8, & 16, & \dots \\ & \swarrow & \searrow & \swarrow & \searrow \\ & \times 2 & \times 2 & \times 2 & \end{array}$$

Ternyata susunan bilangan di atas merupakan barisan geometri karena rasio antara dua suku berurutannya tetap, yaitu $r = \frac{4}{2} = \frac{8}{4} = 2$. Dalam barisan geometri 2, 4, 8, 16, ... bilangan 2 menyatakan suku pertama (U_1) dan pengali tiap sukunya biasa disebut rasio (r). Secara umum jika U_1 menyatakan suku pertama dan U_n suku ke- n dari barisan geometri 2, 4, 8, 16, ... dengan rasio $r = 2$ maka

$$U_1 = 2 = \text{banyak potongan pada potongan ke-1}$$

$$U_2 = U_1 \times r = 2 \times 2 = 4$$

$$U_3 = U_2 \times r = (U_1 \times r) \times r = U_1 \times r^2 = 2 \times 2^2 = 8$$

$$U_4 = U_3 \times r = (U_1 \times r^2) \times r = U_1 \times r^3 = 2 \times 2^3 = 16$$

$$\vdots \qquad \qquad \qquad \vdots \qquad \qquad \qquad \vdots$$

$$U_n = \text{banyak potongan pada potongan ke-}n$$

Pola di atas dapat diperjelas dalam tabel berikut.

Potongan ke-	Banyak potongan kertas	Aturan
1	$2 = 2 \times 1$	$2 \times 2^0 = U_1 \times r^0$
2	$4 = 2 \times 2$	$2 \times 2^1 = U_1 \times r^1$
3	$8 = 2 \times 4$	$2 \times 2^2 = U_1 \times r^2$
4	$16 = 2 \times 8$	$2 \times 2^3 = U_1 \times r^3$
5	$32 = 2 \times 16$	$\dots \times \dots = \dots \times \dots$
6	$64 = \dots \times \dots$	$\dots \times \dots = \dots \times \dots$
\vdots	\vdots	\vdots
n	$\dots = 2 \times \dots$	$2 \times 2^{n-1} = U_1 \times r^{n-1}$

Ternyata, untuk potongan ke- n , banyaknya potongan kertas adalah $U_1 \times r^{n-1}$. Jadi, banyak potongan kertas pada potongan ke-30 adalah

$$\begin{aligned} U_{30} &= U_1 \times r^{30-1} \\ &= 2 \times 2^{30-1} = 2^{30}. \end{aligned}$$

Dari proses di atas, kita dapat menentukan suku ke- n (U_n) dari setiap barisan geometri $U_1, U_2, \dots, U_{n-1}, U_n$ yang memiliki rasio r dengan rumus berikut.

$$U_n = U_1 \times r^{n-1}$$

Contoh SOAL

1. Diketahui barisan $4\frac{1}{2}, 9, 18, 36, \dots$

Tentukan: a. r
b. U_{10}

Penyelesaian:

Barisan: $4\frac{1}{2}, 9, 18, 36, \dots$

$$U_1 = 4\frac{1}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{a. } r &= \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_3}{U_2} \\ &= \frac{9}{4\frac{1}{2}} = \frac{18}{9} = 2 \end{aligned}$$

$$\text{b. } U_n = U_1 r^{n-1}$$

$$U_{10} = 4\frac{1}{2} \times 2^{10-1}$$

$$\begin{aligned} U_{10} &= 4\frac{1}{2} \times 2^9 \\ &= 4\frac{1}{2} \times 512 \\ &= 2.304 \end{aligned}$$

2. Diketahui barisan: 3, 6, 12, 24, ...

Tentukan: a. U_{10}
b. suku keberapakah 96?

Penyelesaian:

$$a = 3$$

$$r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{6}{3} = 2$$

$$\text{a. } U_{10} = U_1 \times r^{n-1}$$

$$\begin{aligned} U_{10} &= 3 \times 2^{10-1} \\ &= 3 \times 2^9 \\ &= 3 \times 512 \\ &= 1.536 \end{aligned}$$

$$\text{b. } U_n = U_1 r^{n-1}$$

$$U_n = 3 \times 2^{n-1}$$

$$96 = 3 \times 2^{n-1}$$

$$32 = 2^{n-1}$$

$$2^5 = 2^{n-1}$$

$$5 = n - 1$$

$$n = 6$$

Jadi, 96 merupakan suku ke-6.

LATIHAN 7

1. Tentukanlah suku ke-8 dari barisan berikut.

a. 2, 4, 8, 16, ...

b. 3, 6, 12, 24, ...

c. 8, 16, 32, 64, ...

d. 64, 32, 16, 8, ...

e. $12, 8, \frac{16}{3}, \frac{32}{9}, \dots$

2. Hitunglah soal-soal berikut.

a. Suku ke-8 dari 2, 6, 18, ...

b. Suku ke-10 dari $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$

c. Suku ke-10 dari $(-5), 2\frac{1}{2}, (-1\frac{1}{4}), \dots$

3. Salin dan isilah data barisan pada tabel berikut.

	a	r	n	U_n
a.	9	-2	...	-288
b.	3	...	5	768
c.	...	2	7	96
d.	48	...	7	$\frac{3}{4}$
e.	...	-2	-6	64

6 Jumlah n Suku Pertama Deret Geometri

Jumlah n suku pertama suatu deret geometri dapat dilakukan dengan cara menjumlahkan langsung. Kita ambil suatu contoh deret geometri

$$2 + 8 + 32 + 128 + 512 + 2.048$$

Dari penjumlahan secara langsung, kita peroleh

$$2 + 8 + 32 + 128 + 512 + 2.048 = \dots$$

Namun, cara ini sangat tidak praktis jika n -nya sangat besar.

$$S_n = 2 + 8 + 32 + 128 + 512 + 2.048$$

Rasio dari deret itu adalah 4. Jika S_n dikali 4, maka

$$4S_n = 8 + 32 + 128 + 512 + 2.048 + 8.192$$

Kurangkan $4S_n$ dengan S_n .

$$\begin{array}{r} 4S_n = \cancel{8} + \cancel{32} + \cancel{128} + \cancel{512} + \cancel{2.048} + 8.192 \\ S_n = 2 + \cancel{8} + \cancel{32} + \cancel{128} + \cancel{512} + \cancel{2.048} \\ \hline (4 - 1)S_n = -2 + 8.192 \\ (4 - 1)S_n = 8.192 - 2 \\ (4 - 1)S_n = 8.190 \\ S_n = \frac{8.190}{4 - 1} \\ S_n = 2.730 \end{array}$$

Jumlah deret $2 + 8 + 32 + 128 + 512 + 2.048 = 2.730$.

Untuk menyatakan atau menentukan jumlah n suku pertama deret geometri kita perlu mengingat suku ke- n pada deret geometri, yaitu $U_n = U_1 r^{n-1}$.

Dari bagian sebelumnya kita peroleh bahwa bentuk umum barisan geometri adalah $U_1, U_1 r, U_1 r^2, U_1 r^3, \dots$

Jika S_n merupakan jumlah n suku pertama deret geometri maka:

$$\begin{array}{r} S_n = U_1 + \cancel{U_1 r} + \cancel{U_1 r^2} + \cancel{U_1 r^3} + \cancel{U_1 r^4} + \cancel{U_1 r^5} + \dots \\ r \cdot S_n = \cancel{U_1 r} + \cancel{U_1 r^2} + \cancel{U_1 r^3} + \cancel{U_1 r^4} + \cancel{U_1 r^5} + \dots + U_1 r^n \\ \hline S_n - rS_n = U_1 - U_1 r^n \\ S_n (1 - r) = U_1 (1 - r^n) \\ S_n = \frac{U_1 (1 - r^n)}{1 - r} \end{array}$$

Rumus jumlah n suku pertama untuk deret geometri adalah

$$S_n = \frac{U_1 (1 - r^n)}{1 - r} \text{ atau } S_n = \frac{U_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

Contoh SOAL

Diketahui $4 + 8 + 16 + \dots$

Tentukan: a. r

c. S_6

b. U_{10}

Penyelesaian:

$$\text{a. } r = \frac{U_2}{U_1} = \frac{8}{4} = 2$$

$$\text{b. } U_n = U_1 r^{n-1}$$

$$U_{10} = 4(2)^{10-1}$$

$$= 4 \times 2^9$$

$$= 4 \times 512$$

$$= 2.048$$

$$\text{c. } S_n = \frac{U_1(1 - r^n)}{1 - r}$$

$$S_6 = \frac{4(1 - 2^6)}{1 - 2}$$

$$= \frac{4(1 - 2^6)}{-1}$$

$$= -4(1 - 2^6)$$

$$= -4 + 4 \times 2^6$$

$$= -4 + 4 \times 64$$

$$= -4 + 256$$

$$= 252$$

LATIHAN 8

1. Hitunglah jumlah 8 suku pertama dari deret:

a. $2 + 6 + 180 + \dots$

b. $144 + 48 + 16 + \dots$

c. $9 + 6 + 4 + \dots$

d. $2 + 4 + 8 + \dots$

e. $3 + 12 + 36 + \dots$

2. Hitunglah:

a. jumlah 10 suku pertama dari deret
 $2 + 4 + 8 + 16 + \dots$

b. jumlah 8 suku pertama dari deret
 $1 + (-3) + 9 + (-27) + \dots$

c. jumlah 12 suku pertama dari deret
 $(-10) + (-5) + (-2\frac{1}{2}) + \dots$

d. jumlah 6 suku pertama dari deret
 $1 + 3 + 9 + 27 + \dots$

e. jumlah 10 suku pertama dari deret
 $a + (\frac{1}{2}a) + (\frac{1}{4}a) + \dots$

3. Hitunglah jumlah deret geometri berikut ini.

a. $2 + 4 + 8 + \dots + 128$

b. $3 + (-6) + 12 + \dots + (-384)$

c. $5 + 2\dots + 1\dots + \dots + \frac{5}{512}$

d. $ab + ab^3 + ab^5 + \dots + ab^{23}$

e. $m + \frac{m}{2} + \frac{m}{4} + \dots + \frac{m}{512}$

4. Jumlah suku pertama dan kedua dari deret geometri yang bersuku tiga adalah 25. Hasil kali suku-sukunya 1.000. Tentukanlah deret tersebut.

5. Diketahui suku kelima dari suatu deret geometri adalah 787. Suku pertamanya adalah 3. Tentukanlah jumlah 5 suku pertama.

6. Suatu deret geometri memiliki jumlah suku pertama dan kedua adalah 45. Jumlah suku ketiga dan keempat adalah 20. Tentukanlah jumlah 5 suku yang pertama.

7. Tiga bilangan berurutan berjumlah 12 merupakan deret aritmetika. Jumlah bilangan ketiga ditambah 2 akan diperoleh deret geometri. Tentukanlah hasil kali ketiga bilangan itu.

Dari pengertian jumlah suku ke- n pertama dari suatu deret kita peroleh

$$S_n = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1} + U_n$$

$$S_{n-1} = U_1 + U_2 + U_3 + \dots + U_{n-1}$$

Jika keduanya kita kurangkan diperoleh

$$S_n = \cancel{U_1} + \cancel{U_2} + \cancel{U_3} + \dots + \cancel{U_{n-1}} + U_n$$

$$S_{n-1} = \cancel{U_1} + \cancel{U_2} + \cancel{U_3} + \dots + \cancel{U_{n-1}}$$

$$S_n - S_{n-1} = U_n$$

Jadi, $S_n - S_{n-1} = U_n$.

Math Quiz

Apakah sifat $U_n = S_n - S_{n-1}$ berlaku untuk deret aritmetika juga? Coba kalian buktikan.

Contoh SOAL

- Diketahui S_n jumlah suatu deret didefinisikan sebagai $S_n = 3n + 5$. Tentukanlah suku ke-5 dari deret tersebut.
Penyelesaian:

$$S_n = 3n + 5$$

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

$$U_5 = S_5 - S_4$$

$$= (3 \times 5 + 5) - (3 \times 4 + 5)$$

$$= 20 - 17$$

$$U_5 = 3$$

Jadi, suku yang ke-5 adalah 3.
- Jumlah suatu deret didefinisikan dengan $S_n = 2n - n^2$. Tentukan U_{10} .
Penyelesaian:

$$S_n = 2n - n^2$$

$$U_{10} = S_{10} - S_9$$

$$= (2 \times 10 - 10^2) - (2 \times 9 - 9^2)$$

$$= (20 - 100) - (18 - 81)$$

$$= -80 - (-63)$$

$$U_{10} = -17$$

Jadi, suku yang ke-10 adalah -17.

LATIHAN 9

- Jumlah dari suatu deret adalah $S_n = 3n^2 - 4n$. Tentukanlah suku ke-10 dari deret tersebut.
- Jumlah dari suatu deret adalah $S_n = \frac{n}{2} (3n - 17)$.
 - Tentukanlah suku yang ke-20.
 - Tentukanlah suku yang ke-40.
- Jumlah dari suatu deret adalah $S_n = \frac{2}{3} n^2 - 0,5n$
 - Tentukanlah suku yang ke-8.
 - Tentukanlah suku yang ke-20.
- Jumlah dari suatu deret adalah $S_n = 4n - 6n^2$.
 - Tentukanlah suku ke-10.
 - Tentukanlah suku ke-20.
- Jumlah dari suatu deret adalah $S_n = 2n^2 - \frac{1}{2} n$.
Tentukanlah suku ke- n deret tersebut.
- Berilah contoh dua deret geometri yang jumlah sukunya 3.



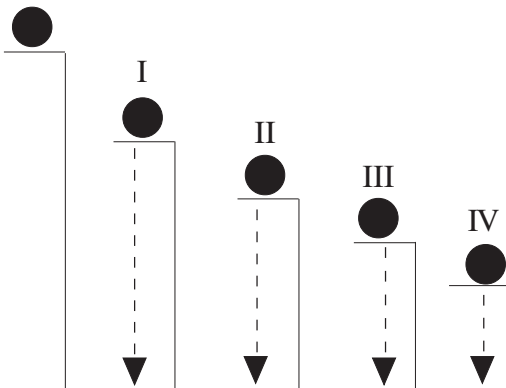
Aplikasi Barisan dan Deret dalam Kehidupan

Konsep deret banyak digunakan dalam kehidupan sehari-hari, misalnya untuk menentukan jumlah atau panjang lintasan dan besar uang yang diterima oleh seseorang ketika ia menabung. Untuk lebih jelasnya perhatikan contoh berikut.

Contoh SOAL

- Sebuah bola dijatuhkan dari ketinggian 12 m. Bola menyentuh lantai dan memantul kembali setinggi $\frac{3}{4}$ dari ketinggian semula. Tentukanlah tinggi bola setelah 4 kali pantulan.

Penyelesaian:



$$\text{Tinggi bola: I} = \frac{3}{4} \times 12 = 9$$

$$\text{II} = \frac{3}{4} \times 9 = \frac{27}{4}$$

$$\text{III} = \frac{3}{4} \times \frac{27}{4} = \frac{81}{16}$$

$$\text{IV} = \frac{3}{4} \times \frac{81}{16} = \frac{243}{64}$$

Jadi, tinggi bola setelah empat kali pantulan adalah $\frac{243}{64}$ m.

- Seseorang menabung di bank sebesar Rp1.000.000,00. Bunga yang diberikan

10%. Jika sistem bunga majemuk, hitunglah jumlah bunga yang diterima setelah 3 tahun.

Penyelesaian:

Cara I

$$\begin{aligned} \text{Bunga tahun I} &= \text{Rp}1.000.000,00 \times 10\% \\ &= \text{Rp}100.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Bunga tahun II} &= \text{Rp}1.100.000,00 \times 10\% \\ &= \text{Rp}110.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Bunga tahun III} &= \text{Rp}1.210.000,00 \times 10\% \\ &= \text{Rp}121.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah bunga} &= \text{Rp}100.000 + \text{Rp}110.000 + \text{Rp}121.000 \\ &= \text{Rp}331.000,00 \end{aligned}$$

Cara II

$$\begin{aligned} \text{Besar uang + bunga tahun I} &= \text{Rp}1.000.000,00 \times 1,1 \\ &= \text{Rp}1.100.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Besar uang + bunga tahun II} &= \text{Rp}1.000.000,00 \times (1,1)^2 \\ &= \text{Rp}1.210.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Besar uang + bunga tahun III} &= \text{Rp}1.000.000,00 \times (1,1)^3 \\ &= \text{Rp}1.331.000,00 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{Jumlah bunga sampai tahun ketiga} &= \text{Rp}1.331.000,00 - \text{Rp}1.000.000,00 \\ &= \text{Rp}331.000,00 \end{aligned}$$

Soal-Soal Kontekstual

1. Jumlah penduduk suatu desa dari tahun 1995 adalah sebagai berikut.

Tahun	Jumlah Penduduk
1995	8.000 orang
1996	8.800 orang
1997	9.600 orang

Pertambahan penduduk desa tersebut merupakan sebuah barisan. Tentukan banyak penduduk desa tersebut pada tahun 2000.

2. Seorang ayah membagi warisan berupa sebuah kebun. Anak I mendapat $\frac{1}{2}$ dari seluruh kebun, anak II mendapat $\frac{1}{2}$ bagian dari anak I, anak III mendapat $\frac{1}{2}$ bagian dari anak II, anak IV mendapat $\frac{1}{2}$ bagian dari anak

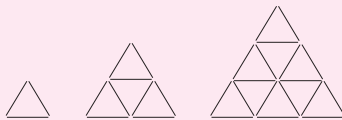
III, dan anak terakhir ternyata mendapat 200 m. Berapa meter luas seluruh kebun? Apakah besarnya warisan yang diperoleh tiap anak merupakan sebuah deret? Jelaskan.

3. Seorang karyawan mendapat kenaikan gaji sebesar 10% dari jumlah gaji yang diterima tahun sebelumnya. Jika pada tahun 2002 ia menerima gaji sebesar Rp1.610.510,00, berapa yang diterimanya pada tahun 1999?
4. Jika ada dua orang berjabat tangan maka ada 1 jabat tangan yang terjadi. Jika ada tiga orang yang berjabat tangan maka ada 3 jabat tangan yang terjadi. Tentukanlah banyaknya jabat tangan yang terjadi jika ada 40 orang berjabat tangan.



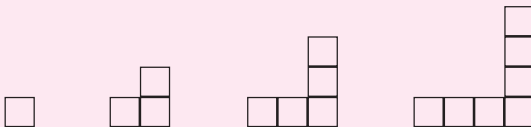
KEGIATAN

1. Gunakanlah lidi untuk membentuk pola berikut ini.



Coba kalian cari rumus untuk menentukan suku ke- n dan jumlah n suku pertama dari barisan yang dibentuk oleh pola di atas.

2. Coba kalian perhatikan pola gambar di bawah ini.



Ide apa yang dapat kalian temukan dari pola di atas?

1. Barisan dan deret aritmetika

- Barisan aritmetika

$$a, a + b, a + 2b, \dots, a + (n - 1)b$$

$$\text{Suku ke-}n (U_n) = a + (n - 1)b$$

a = suku pertama

b = beda

$$= U_n - U_{n-1}$$

- Deret aritmetika

$$a + (a + b) + (a + 2b) + \dots + (a + (n - 1)b)$$

Jumlah n suku pertama

$$S_n = \frac{1}{2}n(U_1 + U_n)$$

$$= \frac{1}{2}n(2U_1 + (n - 1)b)$$

2. Barisan dan deret geometri

- Barisan geometri

$$a, ar, ar^2, ar^3, \dots, ar^n$$

$$\text{Suku ke-}n (U_n) = ar^{n-1}$$

a = suku pertama

r = rasio

$$= \frac{U_n}{U_{n-1}}$$

- Deret geometri

$$a + ar + ar^2 + ar^3 + \dots + ar^n$$

Jumlah n suku pertama

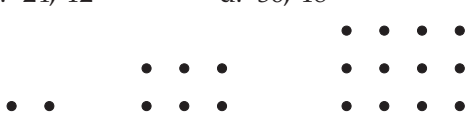
$$S_n = \frac{a(1 - r^n)}{1 - r}, r \neq 1$$

$$U_n = S_n - S_{n-1}$$

Uji Kompetensi Bab 5

A Pilihan ganda

Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

- 11, 13, 15, 17,
Tiga bilangan berikutnya dari pola di atas adalah
a. 19, 21, 23 c. 19, 22, 26
b. 19, 22, 25 d. 19, 21, 25
- ..., 23, 29, 35. Tiga bilangan yang harus diisikan sehingga pola bilangan tersebut menjadi benar adalah
a. 17, 11, 5 c. 5, 12, 18
b. 5, 11, 177 d. 4, 11, 17
- 2, 2, 4, 6, 10, 16, Tiga bilangan yang harus ditambahkan agar pola bilangan tersebut benar adalah
a. 26, 42, 68 c. 26, 32, 56
b. 26, 40, 66 d. 26, 52, 78
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \dots$ Tiga bilangan berikutnya dari pola bilangan di atas adalah
a. $\frac{4}{5}, \frac{5}{6}, \frac{6}{7}$ c. $\frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{6}{7}$
b. $\frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$ d. $\frac{5}{6}, \frac{6}{7}, \frac{7}{8}$
- 4, 8, ..., ..., 64, 128. Dua bilangan yang harus diisikan dari pola bilangan di atas adalah
a. 16, 32 c. 12, 24
b. 16, 24 d. 16, 48
- 64, 32, ..., ..., 4, 2. Bilangan yang harus diisikan agar pola bilangan menjadi benar adalah
a. 16, 8 c. 48, 24
b. 24, 12 d. 36, 18
- 

Pada gambar di atas, banyak noktah pada gambar dapat ditulis 2, 6, 12,

Tiga bilangan yang dapat mengisi pola tersebut adalah
a. 20, 30, 42 c. 25, 26, 49
b. 20, 30, 48 d. 20, 30, 49
- Rumus suku ke- n dari barisan berikut adalah 1, 9, 17, 25, 33,
a. $8n + 1$ c. $8n - 7$
b. $8n - 1$ d. $2n^2 - 1$
- $\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}$. Pola untuk suku ke- n dari barisan tersebut adalah
a. $\frac{n}{n+1}$ c. $\frac{n^2-1}{n+1}$
b. $\frac{n-1}{n}$ d. $\frac{n+1}{n+3}$
- 0, 7, 26, 63, 124, Rumus suku ke- n untuk barisan itu adalah
a. $n^2 - 1$ c. $n - 1$
b. $n^3 - 1$ d. $n^3 + n^2 - 1$
- 1, 3, 5, 7, 9, 11, Dua bilangan yang dapat mengisi barisan tersebut agar barisan itu benar adalah
a. 13, 15 c. 13, 14
b. 14, 15 d. 15, 16
- $\frac{1 \times 2}{3 \times 4}, \frac{3 \times 4}{5 \times 6}, \frac{5 \times 6}{7 \times 8}, \dots$ Aturan untuk suku ke- n dari pola di atas adalah
a. $\frac{n \times (n+1)}{(n+2)(n+3)}$
b. $\frac{(2n-1) \times 2n}{(2n+1)(2n+2)}$
c. $\frac{(2n-1) \times (2n+1)}{(2n-1)(2n+2)}$
d. $\frac{(2n+1) \times 2n}{(2n-1)(2n+2)}$

Latihan Ulangan Umum Semester 2

A Pilihan ganda

Berilah tanda silang (x) pada huruf a, b, c, atau d pada jawaban yang benar.

1. Rumus suku ke- n dari barisan $-3, 2, 7, 12, \dots$ adalah
 - a. $5 - 8n$
 - b. $2 - 5n$
 - c. $3n - 6$
 - d. $5n - 8$
2. Suku ke-7 dari barisan bilangan $3, 5, 9, 15, 23$ adalah
 - a. 31
 - b. 33
 - c. 43
 - d. 45
3. Dua suku berikut dari barisan $3, 6, 10, 15$ adalah
 - a. 20 dan 26
 - b. 20 dan 27
 - c. 21 dan 28
 - d. 21 dan 29
4. Tiga suku berikutnya dari barisan $2, 3, 5, 8, 13, \dots$ adalah
 - a. 21, 34, 55
 - b. 17, 22, 28
 - c. 20, 29, 40
 - d. 21, 43, 57
5. Ditentukan barisan bilangan $14, 20, 26, 32$. Suku ke-42 dari barisan bilangan tersebut adalah
 - a. 244
 - b. 252
 - c. 260
 - d. 342
6. Empat suku berikutnya dari barisan $1, 3, 6, 10$ adalah
 - a. 16, 23, 31, 40
 - b. 16, 34, 44, 56
 - c. 15, 20, 26, 33
 - d. 15, 21, 28, 36
7. Suku ke- n dari suatu barisan bilangan dinyatakan dengan rumus $U_n = 2 \times 3^n$. Empat suku pertama barisan itu adalah
 - a. 6, 8, 9, 10
 - b. 6, 10, 12, 14
 - c. 6, 12, 18, 24
 - d. 6, 18, 54, 162
8. Dua bilangan cacah berbeda 5 dan hasil kalinya 374. Bilangan cacah yang terbesar adalah
 - a. 17
 - b. 22
 - c. 23
 - d. 28
9. Nilai dari $\sqrt{0,49} + \sqrt{0,04}$ adalah
 - a. 0,09
 - b. 0,27
 - c. 0,72
 - d. 0,90
10. Kuadrat dari $7,53$ adalah $56,7$. Nilai dari $(0,0753)^2$ adalah
 - a. 0,567
 - b. 0,0567
 - c. 0,00567
 - d. 0,000567
11. Bentuk baku dari $0,00003468$ dengan pembulatan sampai satu tempat desimal adalah
 - a. $3,5 \times 10^{-5}$
 - b. $3,4 \times 10^{-5}$
 - c. $3,5 \times 10^{-6}$
 - d. $3,4 \times 10^{-6}$
12. Pola bilangan yang memuat bilangan-bilangan $6, 10, 15, \text{ dan } 21$ adalah pola
 - a. kelipatan 3
 - b. segi tiga
 - c. segi lima
 - d. segi enam
13. $\sqrt{18} + \sqrt{8} = \dots$
 - a. $6\sqrt{2}$
 - b. $5\sqrt{2}$
 - c. $4\sqrt{2}$
 - d. $3\sqrt{2}$
14. 2^{-2} dapat ditulis
 - a. $\frac{1}{2}$
 - b. $\frac{1}{2^{-2}}$
 - c. $\frac{1}{2^2}$
 - d. 2^2
15. $8^{\frac{2}{3}} \times 4^2 : 2^3 = \dots$
 - a. 2^3
 - b. 2^4
 - c. 2^5
 - d. 2^6
16. $\sqrt{12} + \sqrt{48} - \sqrt{75} = \dots$
 - a. $\sqrt{3}$
 - b. $2\sqrt{3}$
 - c. $3\sqrt{3}$
 - d. $4\sqrt{3}$
17. Bentuk rasional dari $\frac{2}{\sqrt{3}}$ adalah
 - a. $\frac{1}{3}\sqrt{3}$
 - b. $-\frac{2}{3}\sqrt{3}$
 - c. $-\frac{1}{3}\sqrt{3}$
 - d. $\frac{2}{3}\sqrt{3}$

18. Sekawan dari $2 - 3\sqrt{2}$ adalah

- a. $3 + 2\sqrt{2}$ c. $2 + 3\sqrt{2}$
b. $3 - 2\sqrt{2}$ d. $2 - 3\sqrt{2}$

19. Bentuk rasional dari $\frac{3}{\sqrt{5} - \sqrt{2}}$ adalah

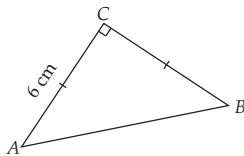
- a. $\sqrt{5} + \sqrt{2}$ c. $3\sqrt{5} + \sqrt{2}$
b. $\sqrt{5} - \sqrt{2}$ d. $3\sqrt{5} - 3\sqrt{2}$

20. Volume kubus yang memiliki luas sisi 1.176 cm^2 adalah

- a. 1.331 cm^3 c. 2.744 cm^3
b. 2.197 cm^3 d. 4.096 cm^3

21. Panjang sisi AB pada segitiga siku-siku sama kaki ABC adalah

- a. 6 cm
b. $6\sqrt{2}$ cm
c. 9 cm
d. $9\sqrt{2}$ cm



22. Suatu persegi mempunyai panjang sisi 7 cm. Panjang diagonal persegi tersebut adalah

- a. $2\sqrt{7}$ cm c. $7\sqrt{2}$ cm
b. 7 cm d. 14 cm

23. Diketahui keliling sebuah persegi 32 cm. Luas persegi tersebut adalah

- a. 32 cm^2 c. 49 cm^2
b. 36 cm^2 d. 64 cm^2

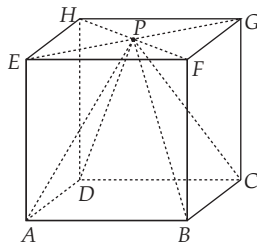
24. Keliling alas sebuah kubus adalah 60 cm. Luas permukaan kubus itu adalah

- a. 360 cm^2 c. 21.600 cm^2
b. 1.350 cm^2 d. 216.000 cm^2

25. Suatu persegi $PQRS$ diketahui luasnya 3.025 cm^2 . Panjang PQ adalah

- a. 75 cm c. 55 cm
b. 65 cm d. 45 cm

26. Pada gambar di samping panjang rusuk kubus $ABCD.EFGH$ adalah 12 cm. Volume limas $P.ABCD$ adalah



- a. 864 cm^3 c. 432 cm^3
b. 576 cm^3 d. 288 cm^3

27. Diketahui U_n adalah "usia anak ke- n ". $(U_1 - U_2)$, $(U_2 - U_3)$, $(U_3 - U_4)$, $(U_4 - U_5)$ adalah 2 tahun, 3 tahun, 4 tahun, 5 tahun. Jika usia ibu dari anak-anak ini pada waktu melahirkan anak ke-1 adalah 22 tahun, maka pada saat anak ke-5 berusia 6 tahun, usia ibu tersebut adalah

- a. 45 tahun c. 42 tahun
b. 44 tahun d. 40 tahun

28. Jumlah 20 suku pertama dari barisan 1, 3, 5, 7, ... adalah

- a. 361 c. 441
b. 400 d. 500

29. Bentuk umum dari barisan aritmetika, jika suku ke-7 = 31 dan suku ke-20 = 96 adalah

- a. $5n - 4$ c. $5n - 2$
b. $5n - 3$ d. $5n - 1$

30. Rasio dari deret geometri:

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{8}\right) + \dots \text{ adalah } \dots$$

- a. $\frac{1}{2}$ c. $\frac{1}{4}$
b. $-\frac{1}{2}$ d. $-\frac{1}{4}$

31. $3 + 3^2 + 3^3 + \dots + 3^n = 120$. Nilai n adalah

- a. 6 c. 4
b. 5 d. 3

32. Seorang siswa SMP menabungkan uangnya sebesar Rp100.000,00. Bunga majemuk tiap bulan 0,5% bunga ganda. Setelah 5 bulan siswa SMP menabung, banyaknya uang yang diterima kemudian adalah

- a. Rp102.525,00 c. Rp1.978.125,00
b. Rp185.750,00 d. Rp2.178.125,00

33. Uang Rp100.000,00 diinvestasikan pada setiap tahun selama 5 tahun berturut-turut dengan bunga majemuk 10% per tahun. Jumlah uang seluruhnya setelah 5 tahun

- a. Rp671.561,00 c. Rp640.000,00
b. Rp660.000,00 d. Rp600.000,00
34. Seorang pelari pelan-pelan (joging) lari 0,5 mil hari pertama, 0,7 mil hari kedua, 0,9 mil hari ketiga, dan seterusnya. Pola itu dilanjutkan, pelari lari 20 hari terakhir mencapai
- a. 3,50 mil c. 4,0 mil
b. 3,75 mil d. 4,3 mil
35. Sepotong kawat panjangnya 124 cm dipotong menjadi 5 bagian sehingga panjang potongan-potongannya membentuk barisan geometri. Jika potongan kawat yang paling pendek panjangnya 4 cm, maka potongan kawat yang paling panjang adalah
- a. 64 cm c. 72 cm
b. 68 cm d. 76 cm

B Esai

Selesaikanlah soal-soal di bawah ini.

- Hitunglah nilai x dari
 - $2x = 64$
 - $2^{x+2} = 32$
- Selesaikan persamaan berikut.
 - $3\sqrt{2} + 4\sqrt{2} - 5\sqrt{2} + 8\sqrt{2}$
 - $\sqrt{45} + \sqrt{20} - \sqrt{80}$
 - $3\sqrt{27} - 2\sqrt{18} + \sqrt{75}$
- Rasionalkan bentuk akar berikut ini.
 - $\frac{3}{\sqrt{6}}$
 - $\frac{2}{\sqrt{7} - \sqrt{3}}$
 - $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6} - 1}$
 - $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{8} - \sqrt{3}}$
- Ali mempunyai tanah yang luasnya 240 cm. Tanah tersebut berbentuk persegi panjang yang panjangnya lebih 8 cm lebih dari lebarnya. Hitunglah keliling tanah tersebut.
- Dalam pesta ada 50 orang. Jika setiap orang harus menyalami semua orang yang ada di pesta, tentukan banyaknya jabat tangan.
- Setiap tahun gaji seorang pegawai naik Rp200.000,00. Pada tahun 1990 gaji Ali Rp1.500.000,00. Pada tahun berapa gajinya Rp4.000.000,00?
- Seseorang membagi tali untuk 5 orang. Orang pertama mendapat separuh dari seluruh tali. Orang kedua mendapat separuh dari orang pertama. Orang ketiga mendapat separuh dari orang kedua. Orang keempat mendapat separuh dari panjang tali orang ketiga. Jika orang kelima mendapat 4 m, hitunglah panjang seluruh tali.
- 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34,
Tentukanlah suku ke- n dan jumlah n suku pertama.
- Dalam suatu ruang pertemuan, banyaknya kursi pada setiap baris 3 lebihnya dari banyaknya kursi di depannya. Jika pada baris pertama ada 15 kursi dan banyak baris ada 10, berapa banyak kursi dalam ruang kursi tersebut?
- Buktikan bahwa suku ke- n dari barisan 1, 5, 14, 30, ... adalah $\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$.

Daftar Pustaka

- Bennett, Albert. 2001. *Mathematics for Elementary Teacher: A Conceptual Approach*. New York: McGraw-Hill.
- Byrne, Richard. 1970. *Modern Elementary Geometry*. New york: McGrawhill.
- Departemen Pendidikan Nasional. 2006. *Standar Kompetensi dan Kompetensi Dasar untuk Bidang Studi Matematika Tingkat SMP dan MTs*. Jakarta: Badan Standar Nasional Pendidikan.
- Dolciani. 1968. *More Topic in Mathematics*. Washington. The National Council of Teacher of Mathematics Boston: Houghton Mifflin Company.
- _____. 1985. *Pre-Algebra*. Boston: Houghton Mifflin Company
- _____. 1986. *Algebra I*. Boston: Houghton Mifflin Company
- Dubich, Roy. 2000. *Teori Himpunan (dalam Ilmu Pengetahuan Populer 2)*. Jakarta: Grolier International, Inc.
- Hall. 1995. *School Geometry*. New York: Macmilan.
- Johnson, R.E., et.al. 1977. *Algebra, The Language of Mathematics Books 2*. Philipines: Adison Wesley Publishing Company Inc.
- Lial, Miller. 1992. *Beginning Algebra*. New York: Harper Collins.
- Negoro, S.T. & B. Harahap. 1998. *Ensiklopedia Matematika*. Jakarta: Ghalia Indonesia.
- O. May, Kenneth. 1959. *Elements of Modern Mathematics*. Massachusetts Elementary Geometry.
- Rising, Gerald R., et.al. 1996. *Unified Mathematics Book 2*. Boston: Houghton Mifflin Company.
- _____. 1996. *Unified Mathematics Book 2*. Boston: Houghton Mifflin Company
- Singerman, David. 2001. *Basic Algebra and Geometry*. England: Pearson Education Limited.
- Sobel, Max A., dkk. 2004. *Mengajar Matematika*. Jakarta: Erlangga.
- Sonna Bend, Thomas. 1993. *Mathematics for Elementary Teachers*. Philadelphia: Sonder College Publishing.
- _____. 1989. *Practical Mathematics*. New York: Holt, Rinehart and Winston Inc
- Teh Keng Seng & Looi Chin Keong. 1992. *New Syllabus D. Mathematics I*. Singapore: Shing Lee Publisher Pte. Ltd.
- Widagdo, Jamus, dkk. 2001. *Aljabar*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Yunker, Lee. 1986. *Algebra 2 with Trigonometry: Application and Connections*. New York: McGraw-Hill.

Sumber Gambar Sampul Depan

answersingenesis.org

coreldraw 11 photo and object cd

Glosarium

barisan aritmetika (115)	: bentuk barisan yang mempunyai beda yang sama antara suku-suku yang berurutan
barisan bilangan (115)	: urutan bilangan-bilangan menurut suatu aturan tertentu
barisan geometri (116)	: bentuk barisan yang mempunyai rasio yang sama antara suku-suku yang berurutan
deret (115)	: suku-suku suatu barisan bilangan yang dijumlahkan
diagram batang (70)	: penyajian data dalam bentuk batang
diagram garis (71)	: penyajian data dalam bentuk garis
diagram lingkaran (72)	: penyajian data dalam bentuk lingkaran yang dibagi menjadi beberapa juring
diameter bola (35)	: tali busur yang melalui pusat bola
frekuensi (67)	: banyaknya data yang muncul
frekuensi relatif (79)	: dugaan tentang seringnya suatu data tertentu
garis pelukis (35)	: garis lurus yang dapat dibuat dari titik puncak ke rusuk lengkung
kongruen (2)	: dua bangun yang mempunyai ukuran dan bentuk yang sama
kuartil (68)	: suatu nilai yang membagi data yang telah diurutkan menjadi 4 bagian
jangkauan data (63)	: selisih antara nilai tertinggi dan terendah
jangkauan antarkuartil (68)	: selisih antara kuartil atas dan kuartil bawah
jari-jari bola (35)	: jarak antara pusat bola dengan bidang lengkung
mean (64)	: satu nilai yang dapat mewakili keseluruhan data atau rata-rata hitung
median (66)	: nilai tengah dari data yang sudah diurutkan
modus (65)	: data yang sering muncul
piktogram (69)	: penyajian data dengan menggunakan lukisan
populasi (74)	: keseluruhan objek yang menjadi sasaran penelitian
pusat bola (35)	: titik tertentu pada bola
ruang sampel (75)	: himpunan yang memuat semua kemungkinan yang terjadi dari suatu percobaan
sampel (74)	: bagian populasi yang diamati secara langsung
sebangun (18)	: dua bangun yang mempunyai besar sudut yang bersesuaian sama besar dan sisi-sisi yang bersesuaian sebanding
selimut tabung (34)	: sisi tabung yang berbentuk lengkung
titik sampel (75)	: elemen atau unsur dalam ruang sampel

Daftar Simbol dan Notasi

Simbol dan Notasi	Definisi	Hal.	Simbol dan Notasi	Definisi	Hal.
a^n	a pangkat n	96	:	pembagian	7
\sqrt{b}	akar kuadrat b	101	-	pengurangan, minus, negatif	6
$\sqrt[n]{a}$	akar pangkat n	102	+	penjumlahan, plus, positif	6
$n(A)$	banyaknya kejadian A	80	$P(A)$	peluang kejadian A	80
a^2	bilangan kuadrat	100	\times	perkalian	67
$^\circ$	derajat	7	%	persen, perseratus	131
\Leftrightarrow	jika dan hanya jika	7	r	rasio	116
S_n	jumlah suku ke- n	122	=	sama dengan	3
$\frac{1}{a}$	kebalikan dari a	97	Δ	segitiga	3
A'	komplemen A	82	b	selisih dua suku	116
\geq	lebih besar atau sama dengan	100	//	sejajar, saling lepas	22
$<$	lebih kecil	125	\angle	sudut	2
\leq	lebih kecil atau sama dengan	70	\perp, \sqcap	sudut siku-siku	3
$\frac{a}{b}$	pecahan biasa	4	U_n	suku ke- n	116
$a\frac{b}{c}$	pecahan campuran	22	a	suku pertama	116
			\perp	tegak lurus	11
			\neq	tidak sama dengan	9

KUNCI JAWABAN

Uji Kompetensi Bab 1

A. Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. a | 11. c |
| 3. b | 13. a |
| 5. b | 15. a |
| 7. c | 17. c |
| 9. d | 19. b |

B. Esai

- 30°
- 80°
- 8 cm
- $AC^2 = CD \times BC$
 $AD^2 = CD \times BD$
 $AB^2 = BC \times BD$

$$\begin{aligned}\frac{1}{AC^2} + \frac{1}{AB^2} &= \frac{1}{CD \times BC} + \frac{1}{BC \times BD} \\ &= \frac{BD + CD}{CD \times BC \times BD} \\ &= \frac{BC}{CD \cdot BC \cdot BD} \\ &= \frac{1}{CD \cdot BD} \text{ (terbukti)}\end{aligned}$$

- $\angle D = \angle D$
 $\angle C = \angle F$ (sudut sehadap)
 $\angle CBD = \angle FOD$ (sudut sehadap)
Karena ketiga sudut yang bersesuaian sama besar, maka $\triangle BCD$ sebangun dengan $\triangle OFD$.

Uji Kompetensi Bab 2

A. Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. c | 11. b |
| 3. a | 13. a |
| 5. b | 15. d |
| 7. c | 17. d |
| 9. b | 19. b |

B. Esai

- 628 cm^2
- $20\sqrt{2} \text{ cm}$
- 1 : 6
- Rp2.750.000,00
- $753,6 \text{ cm}^2$

Uji Kompetensi Bab 3

A. Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. c | 11. a |
| 3. d | 13. b |
| 5. b | 15. c |
| 7. b | 17. b |
| 9. a | 19. c |

B. Esai

- a.

Nilai	Frekuensi
3	1
4	2
5	1
6	8
7	13
8	10
9	5

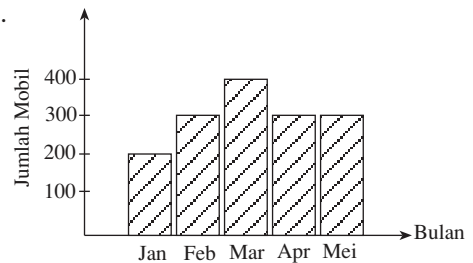
- Data terbesar = 9
Data terkecil = 3
- Jangkauan = $9 - 3 = 6$

- a.

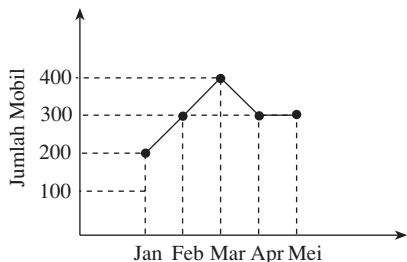
Bulan	Banyak mobil yang diproduksi
Januari	 
Februari	  
Maret	   
April	  
Mei	  

Keterangan:  = 100 mobil

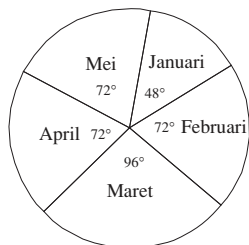
- b.



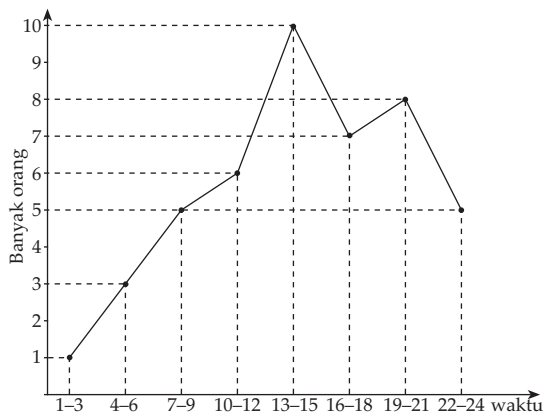
c.



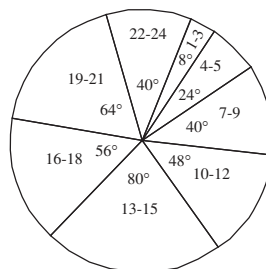
d.



c.



d.

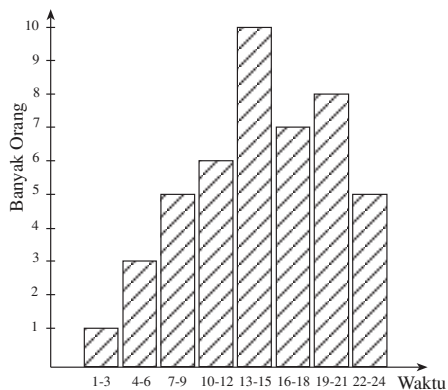


5. a.

Waktu	Banyak Orang
1 – 3	1 orang
4 – 6	3 orang
7 – 9	5 orang
10 – 12	6 orang
13 – 15	10 orang
16 – 18	7 orang
19 – 21	8 orang
22 – 24	5 orang

1 orang = 1 orang

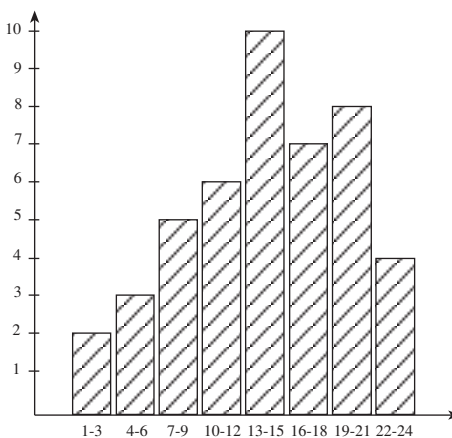
b.



7. a.

Waktu (x)	Frekuensi (f)
1 - 3	2
4 - 6	3
7 - 9	5
10 - 12	6
13 - 15	10
16 - 18	7
19 - 21	8
22 - 24	4

b.



9. a. Ruang Sampel
 $= \{(A, A, A), (A, A, G), (A, G, A), (A, G, G), (G, A, A), (G, A, G), (G, G, A), (G, G, G)\}$
 Banyaknya titik sampel = 8

b. Peluang muncul 3 A = $\frac{1}{8}$

Peluang muncul 3 G = $\frac{1}{8}$

Peluang muncul 2 A dan 1 G = $\frac{3}{8}$

Peluang muncul 2 G dan 1 A = $\frac{3}{8}$

Latihan Ulangan Umum Semester 1

A. Pilihan Ganda

- | | |
|-------|-------|
| 1. a | 19. b |
| 3. b | 21. c |
| 5. c | 23. b |
| 7. a | 25. d |
| 9. c | 27. c |
| 11. a | 29. b |
| 13. b | 31. a |
| 15. c | 33. c |
| 17. d | 35. b |

B. Esai

- 4,5 m
- 314 cm³
- 528 cm²
- 8
- 15

Uji Kompetensi Bab 4

A. Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. b | 11. d |
| 3. a | 13. c |
| 5. a | 15. d |
| 7. b | 17. b |
| 9. c | 19. b |

B. Esai

- | | |
|---------|----------|
| 1. a. 8 | c. 3.125 |
| b. 81 | d. 500 |
| 3. a. 4 | c. 1.024 |
| b. 4 | d. 12 |
| 5. a. 6 | c. 4 |
| b. 2 | d. 1 |

- | | |
|-----------------------------|--------------------------|
| 7. a. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | c. $\sqrt{3}$ |
| b. $\sqrt{5}$ | d. $\sqrt{2}$ |
| 9. a. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ | c. $\frac{1}{2}\sqrt{2}$ |
| b. $\frac{1}{2}\sqrt{3}$ | d. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ |

Uji Kompetensi Bab 5

A. Pilihan Ganda

- | | |
|------|-------|
| 1. a | 11. a |
| 3. a | 13. b |
| 5. a | 15. c |
| 7. a | 17. b |
| 9. a | 19. d |

B. Esai

- | | | |
|---------------------|-----------|-----------|
| 1. a. a = 2 | c. a = 12 | e. a = 84 |
| b = 10 | b = 4 | b = -9 |
| b. a = 98 | d. a = 3 | |
| b = 8 | b = 5 | |
| 3. $n(n+1)$ | | |
| 5. 66 | | |
| 7. $(n-3) + (n-3)!$ | | |
| 9. $n(n-3)$ | | |

Latihan Ulangan Umum Semester 2

A. Pilihan Ganda

- | | |
|-------|-------|
| 1. d | 21. b |
| 3. c | 23. d |
| 5. c | 25. c |
| 7. c | 27. c |
| 9. d | 29. a |
| 11. a | 31. c |
| 13. b | 33. a |
| 15. a | 35. c |
| 17. d | |
| 19. a | |

B. Esai

- | | |
|---------------------------------------|---|
| 1. a. 32 | b. 3 |
| 3. a. $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ | c. $\frac{1}{5}(\sqrt{12} + \sqrt{2})$ |
| b. $\frac{1}{2}(\sqrt{7} + \sqrt{3})$ | d. $\frac{1}{5}(\sqrt{40} - \sqrt{15})$ |
| 5. 1.225 | |
| 7. 124 m | |
| 9. 285 | |

Indeks

- akar 100, 102, 103
- alas 34, 38, 42
- bangun datar 2
 - ruang 34, 35, 52
- barisan 113, 114, 116
 - aritmetika 115, 116, 120
 - geometri 116, 123, 124
- beda 113, 114, 117
- bilangan bulat 96, 97, 98
- bola 35, 39, 42
- Christoff Rudolf 101
- data 60, 61, 62
 - tunggal 63, 67
- deret 113, 114, 118
 - aritmetika 118, 119, 121
 - geometri 124, 125, 126
- diagonal 3
- diagram batang 71, 73
 - garis 72, 73
 - lingkaran 71, 72
 - pohon 76
- diameter 34, 35, 36
- eksponen 96
- frekuensi 69, 70
 - relatif 77, 78
- garis pelukis 35, 37, 38
- interval 69, 70
- jajargenjang 5
- jangkauan data 63, 64
 - antarkuartil 68
- jari-jari 34, 35, 36
- jaring-jaring 34, 36
- juring 72, 80
- keliling 38
- kerucut 34
- kongruen 2, 3, 4
- kuadrat 96
- kuartil 68
 - atas 68
 - bawah 68
- lingkaran 34, 36, 115
- luas alas 35, 37, 38
 - permukaan 35, 36, 37
 - selimut 35, 37, 38
- mean 64, 65, 66
- median 64, 65, 67
- modus 64, 65, 66
- negatif 97, 98, 102
- pangkat 96, 97, 98
- panjang busur 34, 38
- pecahan 100
- peluang 77, 79, 80
- pencerminan 2
- persegi 3, 5
 - panjang 2, 4
- piktogram 70, 71, 73
- pola bilangan 114
- populasi 114
- positif 66, 86, 92
- pusat bola 35
- pythagoras 6
- rasio 116, 124
- rata-rata 64, 66, 67
- ruang sampel 75, 76, 77
- sebanding 4
- sebangun 4, 5, 7
- segitiga 3, 5, 7
- selimut kerucut 37
 - tabung 34, 35, 36
- siku-siku 4
- sisi 2, 3, 4
- statistik 59, 72, 73
- sudut 3, 4, 6
- suku 104, 114, 115
 - pertama 114, 115, 119
- tabung 34, 35, 36
- tinggi 36, 37, 38
 - kerucut 39, 43, 47
 - tabung 34
- titik sampel 75, 76, 77
- volume 34, 41, 42

ISBN 978-979-095-661-2 (no.jil.lengkap)
ISBN 978-979-095-667-4 (jil.3.3)

Buku teks pelajaran ini telah dinilai oleh Badan Standar Nasional Pendidikan (BSNP) dan telah ditetapkan sebagai buku teks pelajaran yang memenuhi syarat kelayakan untuk digunakan dalam proses pembelajaran melalui **Peraturan Menteri Pendidikan Nasional Nomor 32 Tahun 2010 tanggal 12 November 2010**

Harga Eceran Tertinggi (HET) Rp.9.752,00